

## **Eksplisiittisen interventio-ohjelman vaikuttavuus matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten osaamiseen**

|   |
|---|
| Helsingin yliopisto                         |
| Kasvatustiede                               |
| Pro gradu -tutkielma                        |
| Erityispedagogiikka                         |
| Maaliskuu 2020                              |
| Jasu Hakman                                 |
|   |
| Ohjaaja: Pirjo Aunio ja Airi<br>Hakkarainen |

|  |  |  |
|--|--|--|
| Tiedekunta - Fakultet - Faculty<br><b>Kasvatustieteellinen tiedekunta</b>  |  |  |
| Tekijä - Författare - Author<br><b>Jasu Hakman</b>   |  |  |
| Työn nimi - Arbetets titel<br><b>Eksplisiittisen interventio-ohjelman vaikuttavuus matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten osaamiseen</b>   |  |  |
| Title<br><b>The effectivity of an explicit intervention programme in mathematical skills of children in primary education</b>  |  |  |
| Oppiaine - Läroämne - Subject<br><b>Erityispedagogiikka</b>  |  |  |
| Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor<br><b>Pro gradu -tutkielma / Pirjo Aunio ja Airi Hakkarainen</b>   | Aika - Datum - Month and year<br><b>Maaliskuu 2020</b> | Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages<br><b>38 s</b> |
| <p>Tiivistelmä - Referat - Abstract</p> <p>Tämän erityispedagogiikan pro gradu- tutkielman tavoitteena oli selvittää, että millä tavoin eksplisiittinen interventio-ohjelma (ThinkMath) vaikuttaa matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten matematiikan osaamiseen heti ja viivästetysti intervention jälkeen, sekä onko vain matemaattisesti heikkojen lasten matematiikan osaamisella tilastollisesti merkitsevää eroa lapsiin, jotka ovat heikkoja sekä matemaattisesti että kielellisesti? Aiemman tutkimuksen perusteella interventio-ohjelmalta voidaan odottaa vaikuttavuutta. Myös tilastollisesti merkitsevää eroa vain matemaattisia oppimisen vaikeuksia omaavien ja sekä näitä että kielellisiä pulmia omaavien välillä voidaan aiemman tutkimuksen perusteella odottaa, sillä on osoitettu, että kielelliset vaikeudet lisäävät matemaattisten oppimisen vaikeuksien riskiä.</p> <p>Tämän tutkimuksen aineisto koostuu 274 alkuopetusikäisestä lapsesta. Tutkittavilla on teetetty matemaattista ja kielellistä osaamista mittaavat testit ennen interventiota, heti intervention jälkeen sekä viivästetysti intervention jälkeen.</p> <p>Tämän tutkimuksen tulokset olivat ristiriidassa aiemman tutkimuksen kanssa. Tulosten mukaan interventioryhmän osaaminen kasvoi kontrolliryhmää enemmän intervention aikana ja parempi osaaminen näkyi heti intervention jälkeen tehdyissä testeissä, muttei enää viivästetyissä testeissä. Lisäksi tilastollisesti merkitsevää eroa ei eri oppimisvaikeuksia omaavien ryhmien väliltä löytynyt suhteessa matematiikan osaamiseen. Tulokset voivat osaltaan selittyä interventio- ja kontrolliryhmien pienellä koolla sekä matemaattisten oppimisvaikeuksien monisyisyydellä ja laajalla ilmenemiskirjolla. Yleistäviä johtopäätöksiä tutkimuksesta ei voida tehdä, mutta se antaa aihetta lisätutkimukselle laajemmalla otoskoolla.</p> |  |  |
| Avainsanat - Nyckelord<br><b>Matematiikka, eksplisiittinen opetus</b>  |  |  |
| Keywords<br><b>Mathematics, explicit teaching</b>  |  |  |
| Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited<br><b>Helsingin yliopiston kirjasto – Helda / E-thesis (opinnäytteet)</b>  |  |  |

|   |  |  |
|---|--|--|
| Tiedekunta - Fakultet - Faculty<br><b>Educational Sciences</b>  |  |  |
| Tekijä - Författare - Author<br><b>Jasu Hakman</b>  |  |  |
| Työn nimi - Arbetets titel<br><b>Eksplisiittisen interventio-ohjelman vaikuttavuus matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten osaamiseen</b>  |  |  |
| Title<br><b>The effectivity of an explicit intervention programme on mathematical skills of children in primary education</b>   |  |  |
| Oppiaine - Läroämne - Subject<br><b>Special education</b>   |  |  |
| Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor<br><b>Master's Thesis / Pirjo Aunio and Airi Hakkarainen</b>  | Aika - Datum - Month and year<br><b>March 2020</b> | Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages<br><b>38 pp.</b> |
| Tiivistelmä - Referat - Abstract<br><br><p>The aim of this Master's Thesis in the field of special education was to find out, in what ways does an explicit intervention programme (ThinkMath) make a difference on mathematical skills of mathematically weak pupils straight after the intervention and also at delayed measures. Also this research was made to find out, is there a statistically meaningful difference in mathematical skills between children, who only have difficulties in mathematics compared to children, who also have difficulties in language additionally with difficulties in mathematics? Considering previous studies on this subject, one could expect an influence from the intervention programme. Also statistically meaningful difference can be expected, considering previous studies which have pointed out, that difficulties in language add risk for difficulties in mathematics.</p> <p>The data of this research consists of 274 primary education children. All children made tests at three different time points. The tests were about mathematical and language skills. After the first timepoint, the children were divided in to groups, which were the intervention group, a control group and the others. The other time point was right after the intervention and the third was delayed after the intervention. / The results of this research are conflicted with previous studies on this subject. The results showed that skills of the intervention group grew more than the control group at first, during the intervention, and better skills showed at tests right after the intervention, but not anymore at the delayed tests. Also, there was not a statistically meaningful difference between the groups with different learning difficulties. These results may occur because of the small size of the groups and also by the wide range of reasons and implications of mathematical learning difficulties. These results can not be generalised, but they give reason to make a new research with larger groups.</p> |  |  |
| Avainsanat - Nyckelord<br><b>Matematiikka, eksplisiittinen opetus</b>   |  |  |
| Keywords<br><b>Mathematics, explicit teaching</b>   |  |  |
| Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited<br><b>Helsinki University Library – Helda / E-thesis (theses)</b>   |  |  |
| Muita tietoja - Övriga uppgifter - Additional information   |  |  |

# Sisällys

|  |    |
|--|----|
| 1 JOHDANTO.....  | 1  |
| 2 TEOREETTINEN TAUSTA.....                               | 3  |
| 2.1 Keskeiset matemaattiset taidot.....                  | 3  |
| 2.1.1 Lukumääräisyyden taju.....                         | 3  |
| 2.1.2 Aritmeettiset perustaidot.....                     | 4  |
| 2.1.3 Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen.....         | 5  |
| 2.1.4 Laskemisen taidot.....                             | 8  |
| 2.2 Matemaattisten oppimisvaikeuksien tunnistaminen..... | 9  |
| 2.3 Kielen ja matemaattisten taitojen kehitys.....       | 12 |
| 2.4 Matemaattisten taitojen interventio-ohjelmat.....    | 13 |
| 2.5 Eksplisiittinen opetus.....                          | 15 |
| 2.6 Intervention pedagogiset piirteet.....               | 16 |
| 3 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET.....             | 17 |
| 4 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS.....                              | 18 |
| 4.1 Tutkimusasetelma ja osallistujat.....                | 18 |
| 4.2 Matemaattisten taitojen mittaus.....                 | 20 |
| 4.3 Kielellisten taitojen mittaus.....                   | 21 |
| 4.4 Toistomittausten varianssianalyysi.....              | 24 |
| 5 TUTKIMUSTULOKSET JA NIIDEN TULKINTAA.....              | 26 |
| 5.1 Ensimmäinen tutkimusongelma.....                     | 26 |
| 5.2 Toinen tutkimusongelma.....                          | 27 |
| 6 LUOTETTAVUUS.....                                      | 30 |
| 7 POHDINTAA.....   | 34 |
| 7.1 Tulosten tarkastelua.....                            | 34 |
| 7.2 Tutkimuksen merkitys ja jatkotutkimushaasteet.....   | 35 |
| LÄHTEET.....   | 36 |

# 1 Johdanto

Matematiikan oppimisvaikeudet ovat saaneet tutkimuskenttänä laajempaa huomiota noin vuodesta 2005 lähtien kehityopsykologian, neurotieteiden sekä kasvatustieteiden kentillä ja tutkimus on edistynyt selkeästi tämän myötä (Aunio, Mononen & Laine, 2015; Dowker, A. 2008). Tämä on tarpeellista, sillä arvion mukaan matematiikan oppimisvaikeuksia esiintyy noin 3-7 prosentilla lapsista (Koponen, Salminen & Sorvo, 2019). Arviot vaihtelevat jonkin verran, mutta pysyttelevät pääasiassa 3-8 prosentin välimaastossa.

Aiheeseen liittyen on tehty erilaisia interventio-ohjelmia ja -tutkimuksia, joita on sittemmin koottu tiettyyn tematiikkaan keskittyviksi koosteiksi. Matemaattisia oppimisvaikeuksia omaavien lasten oppimisen tukemista koskevista interventiotutkimuskoosteista tulee toistuvasti ilmi erityisesti pitkäkestoisen, eksplisiittisen matematiikan opetusintervention tehokkuus opettaessa oppilaita, joilla on suuria matemaattisia oppimisvaikeuksia. Muutkin lapset kuitenkin hyötyvät interventiosta ja onkin hyödyllistä tarjota interventio koko ryhmälle yksittäisten oppilaiden sijaan. Lisäksi oppilaiden matemaattisen päättelyn sanallistaminen, visuaalinen havainnointi, tarkoin valitut esimerkit, monipuolinen strategiaopetus, realistinen palaute ja eri-ikäisten oppilaiden tarjoama tutorointi ovat osoittautuneet tehokkaiksi tavoiksi tehostaa oppimisvaikeuksisten lasten matematiikan oppimista. (Gersten, Chard, Jayanthi, Baker, Morphy & Flojo, 2008; Gersten, Beckmann, Clarke, Foegen, Marsh, Star & Witzel, 2009; Kunsch, Jitendra & Sood, 2007.)

Tässä tutkimuksessa keskitytään eksplisiittisen matemaattisen interventio-ohjelman (ThinkMath) vaikuttavuuden tutkimiseen tilastollisin menetelmin esi- ja alkuopetusikäisillä lapsilla. Eri mittauspisteitä ja niiden tuloksia vertailemalla tutkitaan, onko interventio-ohjelmalla ollut vaikutusta heti sekä viivästetysti intervention jälkeen. Aineistosta erotellaan omaan ryhmäänsä lapset, joilla on heikot matemaattiset taidot ja ikätasoiset kielelliset taidot, ja toiseen ryhmään ne lapset, joilla on sekä heikot matemaattiset että kielelliset taidot. Interventio-ohjelman vaikuttavuuden eroja tutkitaan näiden ryhmien välillä. Tähän paneudutaan, sillä korrelaatiota matemaattisten ja kielellisten taitojen välillä on ilmennyt joissain tutkimuksissa, ja toisissa yhteys on ollut heikkoa tai epäselvää (esim. Desoete, 2015) eli tässäkin tutkimus on puutteellista ja tulokset ristiriitaisia.

Matematiikan interventioiden kehittäminen ja tutkiminen erityisesti heikkojen oppilaiden kohdalla mittavissa määrin on hyvin perusteltua. Koulutulokkaiden

matematiikan osaaminen ennustaa vahvasti myöhempää akateemista suoriutumista, vahvemmin kuin aikaisin opittu lukutaito tai sosio-emotionaaliset taidot. Heikot matemaattiset taidot ovat myös yhteydessä heikkoon menestymiseen elämässä. (Price, Mazzocco & Ansari, 2013.) Näin ollen lasten matematiikan oppimisvalmiuksiin tulisi kiinnittää erityistä huomiota jo ennen kouluun tulemistä.

## 2 Teoreettinen tausta

Tämän tutkimuksen keskiössä ovat keskeiset matemaattiset taidot ja niiden kehitys. Muita tutkimuksen kannalta keskeisiä käsitteitä ovat eksplisiittinen opetus sekä interventiotutkimus. Lisäksi tutkimuksen tematiikkaan ja käytännön työhön liittyen on oleellista kuvata sitä, kuinka matemaattisesti heikko esi- ja alkuopetusikäinen lapsi voidaan tunnistaa.

### 2.1 Keskeiset matemaattiset taidot

Matematiikan perustaidot koostuvat osataidoista. Osataidot kehittyvät kumulatiivisesti muodostaen kokonaisuuden, jossa eri osiot nojaavat vahvasti toisiinsa ja rakentuvat toistensa päälle. Kumulatiivisuus oppimisessa tarkoittaakin juuri tätä, että uudet, monimutkaisemmat taidot rakentuvat aina edellisten osataitojen päälle. Kaikki matematiikan oppiminen ja matemaattinen osaaminen rakentuu matemaattisten perustaitojen varaan. Nämä perustaidot muodostavat pohjan kaikelle, ikään kuin talon perustan, kuten mm. Koponen, Salminen ja Sorvo (2019) ovat artikkelissaan verranneet.

Matematiikan osataidot voidaan jakaa pitkittäistutkimusten perusteella ns. taitoryppäisiin, joita on neljä. Näitä ovat aritmeettiset perustaidot, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot sekä lukumääräisyyden taju. (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016.) Matematiikan perustaitoja käsitellään näiden taitoryppäiden kautta seuraavissa alaluvuissa.

#### 2.1.1 Lukumääräisyyden taju

Alkeellinen lukumääräisyyden taju on myötäsytystä ja lukumääräisyyden tajun varaan rakentuukin kaikki muu matemaattinen osaaminen. Vauvat osaavat jo aivan pieninä erottaa pieniä lukumääriä, yksi, kaksi ja kolme, toisistaan, sekä myös suurempia lukumääriä likimääräisesti eli kunhan erot ovat riittävän suuria. Suurten lukumäärien suhteen vauvat siis pystyvät havaitsemaan, kumpi määrä on suurempi tai pienempi. Näiden prosessien, pienten lukumäärien tarkan erottelun ja suurten lukumäärien likimääräisen erottelun, taustojen oletetaan olevan erilaisia hermostollista perustaa myöten (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Tarkka ja likimääräinen erottelu toimivat siis kahden toisistaan erillisen järjestelmän kautta.

Taito ei koskaan kehity täysin tarkaksi, vaan suurten lukumäärien tarkkaan laskemiseen tarvitaan kielellisiä matemaattisia taitoja. (Aunio, 2008; Dehaene, 2011;

Koponen ym., 2019; Feigenson ym., 2004). Dehaene (2011) tuo omassa teoksessaan esille, että lukumääräisyyden tajua esiintyy laajasti myös eläinkunnassa, ja esimerkiksi sellaiset eläimet kuin rotta ja pulu ovat hyvinkin taitavia erottelemaan lukumääriä likimääräisesti. Ne eivät kuitenkaan ulotu ihmisen tarkkuuteen laskemisessa tai määriin, joita ihminen voi laskea, ja tämä liittyy juuri kielellisiin matematiikan taitoihin, joita on vain ihmisillä.

Vaikka lukumääräisyyden taju ei kehitykään täysin tarkaksi, se kehittyy kuitenkin ihmisen syntymän jälkeen varhaislapsuuden ajan. Tämän jälkeen kehitys hidastuu. (Aunio, 2008; Fritz-Stratmann, 2013.) Mitä tarkemmaksi henkilön likimääräinen lukumäärien erottelukyky on kehittynyt, sitä nopeammin ja paremmalla onnistumisprosentilla hän suoriutuu esimerkiksi tehtävistä, joissa täytyy erottaa, kummassako laatikossa pisteiden määrä on suurempi. Tarkaksi kehittynyt likimääräinen lukumäärien erottelukyky vähentää myös pisteiden määrän tai etäisyyden tuottamaa vaikutusta tulokseen. Erottelukyvyyn ollessa epätarkka, vaikuttavat nämä seikat tulokseen oleellisesti. (De Smedt, Noël, Gilmore & Ansari, 2013.) Lukumääräisyyden tajuun liittyy määrän hahmottamisen lisäksi myös taito etäännyttää itsensä laskettavana olevien asioiden muista ominaisuuksista. Tällä tarkoitetaan esimerkiksi laskettavien asioiden väriä, kokoa, muotoa tai sitä, mitä ne itseasiassa ovat. Kuuden koiran lukumäärä on sama, kuin kuuden värikynän. Sama pätee myös abstraktien asioiden suhteen, esimerkiksi kuuden unelman lukumäärä on edelleen edellisten kanssa sama. (Butterworth, 2005.)

Alkuopetusikäisillä lapsilla menestyminen lukumääräisyyden tajua mittaavassa tehtävässä korreloi heidän matemaattisen menestyksensä kanssa. Symbolisten lukumäärien (arabialaiset numerot) tehokas erottaminen toisistaan selittää vielä tarkemmin tehtävissä hyvin menestyvien lasten yksilöllisiä tasoeroja. (Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans & Ansari, 2013.)

### **2.1.2 Aritmeettiset perustaidot**

Aritmeettisten perustaitojen käsitteellä viitataan yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaitoihin. Yleensä näistä taidoista kehittyvät ensimmäisinä yhteen- ja vähennyslaskutaito siinä kohtaa, kun lapsi hallitsee jo melko hyvin pienten lukumäärien laskemisen ja ymmärtää lukumäärien keskinäisiä suhteita noin viisivuotiaana. (Mononen, Aunio, Väisänen, Korhonen & Tapola, 2017.)

Aritmeettisten perustaitojen oppimisen vaiheita kuvataan usein strategioiden kehittymisellä. Oppimisessa voidaan erottaa kolme vaihetta. Vaiheet voivat kestää toisilla lapsilla pidempään kuin toisilla, ja lapsilla, joilla on matematiikan



oppimisvaikeuksia, strategiat kehittyvät yleensä huomattavasti hitaammin kuin muulla ikäryhmällä. Ensimmäisessä vaiheessa lapsi käyttää konkreetteja strategioita eli havaintomalleja, joissa lapsi käyttää laskemisessa apuna konkreettisia välineitä tai kuvia ja/tai mielikuvia konkreettisista välineistä tai asioista. Aluksi lapsi laskee esimerkiksi laskun  $2+1$  lisäämällä kahden esineen joukkoon vielä yhden esineen. Seuraavaksi lapsi käyttää hyödyksi lukujonotaitoaan ja luettelee lukuja osoittaessaan samalla laskettavia esineitä. Konkreetteja strategioita käyttäessään lapsen on ymmärrettävä, että laskettavien esineiden lukumäärä on vakio, eli esineiden määrä ei muutu esimerkiksi liikutellessa niitä, ellei jotain lisätä tai vähennetä. (Butterworth, 2005; Geary, 2004.) Myöhemmin lapsi jättää laskettavat esineet pois ja laskee saman laskun vain lukujonotaitonsa avulla. Tällöin käytössä ovat mentaalit strategiat ja lapsi on päässyt irti konkreeteista strategioista. Riittävän harjoituksen myötä lapsi siirtyy tästä vielä viimeiseen vaiheeseen, jossa käsitteen hallinta on automatisoitunutta ja lapsi osaa kertoa laskun vastauksen suoraan muististaan. (Aunio, 2008.) Jotta näiden strategioiden oppiminen olisi mahdollista, on lapsella Butterworthin (2005) mukaan oltava kykyä transitiiviseen päättelyyn. Tämä tarkoittaa, että mikäli A on suurempi kuin B, ja B on suurempi kuin C, on lapsen osattava päätellä, että myös A on suurempi kuin C. Ilman tätä lapsi ei kykene esimerkiksi arvioimaan laskutoimituksensa tuloksen oikeellisuutta eikä osaa suhteuttaa lukumääriä toisiinsa.

Vastauksen hakeminen suoraan muistista ei onnistu kaikilla laskutoimituksilla, vaan isommilla luvuilla laskettaessa tai kymmeniä ylittäessä lapsen on osattava käyttää joustavasti erilaisia laskustrategioita. Tällainen on esimerkiksi toisen laskun kautta johtaminen, jossa käytetään apuna tunnettuja, suoraan muistista haettavissa olevia yhdistelmiä ( $8+7 \rightarrow$  lapsi hakee muististaan vastauksen laskutoimitukseen  $7+7 \rightarrow$  lisää yhden). Toinen yleisesti käytettävä strategia on osavaiheisiin pilkkominen ja uudelleen kokoaminen, joka on oleellinen juuri kymmenylityksiä vaativissa tehtävissä ( $7+8 \rightarrow (7+3) +5 \rightarrow 10+5$ ). (Lukimat, 2019a; Geary, 2004.)

### **2.1.3 Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen**

Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen pitää sisällään matemaattisten symbolien hallinnan, matemaattis-loogiset taidot, aritmeettiset periaatteet sekä paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän ymmärtämisen (Mononen ym., 2017). Näihin paneudutaan tarkemmin, kuhunkin omassa kappaleessaan.

Lapsi oppii jo varhain luettelemaan lukusanoja, mutta ne ovat merkityksettömiä, ikään kuin riittelyä noin 3-vuotiaaksi asti, jolloin lapset keskimäärin alkavat harjoittelun avulla yhdistää laskettavia esineitä lukusanoihin (Fritz-Stratmann, 2013). Kielenkäyttö ja kielen oppiminen tulevat erityisellä tavalla merkitykselliseksi matemaattisten suhteiden ymmärtämisessä myös muulla tavoin kuin lukusanojen oppimisen kautta. Vertailua, yksi yhteen -suhdetta ja sarjoittamista varten lapsen on opittava lukuisa määrä sanoja, kuten ”pienempi”, ”suurempi”, ”yhtä suuri”, ”saman muotoinen”, ”enemmän”, ”vähemmän” ja niin edelleen. Myös matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, kuten lukumääräisyyden taju sekä aritmeettiset taidot, edeltävät vaativampien matemaattisten taitojen oppimista. (Krajewski & Schneider, 2009.)

Matemaattis-loogisiin taitoihin kuuluvat esimerkiksi vertailu, luokittelu, sarjoittaminen sekä yksi yhteen -suhde. Vertailun taito on oleellista ongelmanratkaisussa ja tulee tarpeelliseksi esimerkiksi tehtäessä päätelmiä koon tai lukumäärien eroista. Myös luvun säilymisen ymmärtäminen vaatii kykyä vertailla. Luvun säilymisen ymmärtäminen ja vertailukyky näkyvät esimerkiksi niin, että lapsi muistaa minkä verran palikoita pöydällä oli aiemmin, ja osaa myöhemmin kertoa onko palikoita yhä saman verran tai kenties enemmän tai vähemmän. Ongelmanratkaisun kannalta myös luokittelun taito on keskeinen, sillä se sisältää esimerkiksi kyvyn päättää, mitkä asiat ovat tehtävän kannalta oleellisia ja valita esimerkiksi laskettavaksi vain oleelliset esineet. (Krajewski & Schneider, 2009; Aunio, 2008; Mononen ym., 2017.)

Sarjoittamisen taito on yhteydessä lukujonotaitoon ja varsinkin lukujonon kardinaali- ja ordinaalipiirteiden ymmärtämiseen. Taidon kehitys lähtee siitä, että lapsi kykenee järjestämään esineet pyydettäessä esimerkiksi suuruusjärjestykseen. Taidon kehittyessä lapsi kykenee kertomaan esimerkiksi, mikä luku puuttuu sarjasta 2, 4, \_\_, 8. (Lukimat, 2019b.)

Ymmärtäessään yksi yhteen -suhteen lapsi ymmärtää lukusanan tarkoittavan tiettyä lukumäärää. Lapsi myös ymmärtää luettellessaan lukusanoja ja osoittaessaan esineitä yhden lukusanan merkkäavan aina yhtä esinettä, ja näin voidaan laskemalla määrittää, montako esineitä kokonaisuudessaan on. Yksi yhteen -suhteen hallinta on tarpeen myös, kun tarkoituksena on päätellä, onko eri kokonaisuuksissa yhtä monta esinettä tai kun esineitä jaetaan. Yksi yhteen -vastaavuuden ymmärtäminen liittyy laskemisen tarkkuuteen. (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen ym., 2017; Geary, 2004.)

Aritmeettiset periaatteet koostuvat neljästä periaatteesta. Näistä ensimmäinen on se, että kokonaisuudet muodostuvat pienistä osista ja näitä osia

voi olla erilaisia. Tämä tarkoittaa sen ymmärtämistä, että esimerkiksi luku seitsemän voidaan muodostaa usealla eri tavalla pienemmistä osista (esim.  $5+2$ ,  $3+4$  tai  $2+2+2+1$ ). Toisena on kumulatiivisuus- eli vaihdannaisuuslaki kerto- ja yhteenlaskussa. Tämä tarkoittaa sen ymmärtämistä, että yhteenlaskettavat ja kerrottavat voidaan laskea missä tahansa järjestyksessä ilman, että tulos muuttuu. Myös kolmas aritmeettinen periaate (assosiatiivisuus- eli liitännäisyyslaki) liittyy tähän, sillä sen mukaan kerto- ja yhteenlasku voidaan hajottaa osiin ja laskea osat yhteen tai kertoa ne eri järjestyksessä tuloksen edelleenkin muuttumatta. Neljäntenä on käänteisyyden periaate, esimerkiksi yhteen- ja vähennyslasku ovat toisilleen käänteisiä eli kumoavat toisensa. Samoin toimivat kerto- ja jakolasku. (Aunio & Räsänen, 2016; Mononen ym., 2017; Liu, Zhang, Chen, Chen, Cui & Zhou, 2017.)

Lapsen alkaessa käyttää laskutoimituksissaan suurempia lukuja kuin yhdeksän, tulee oleelliseksi ymmärrys kymmenjärjestelmästä ja numeroiden paikka-arvoista. Lapsen on siis oivallettava, että numeron arvo riippuu sen paikasta kymmenjärjestelmässä, eli että esiintyykö luku esimerkiksi ykkösten, kymmenten vai satojen paikalla. Lapsen tulee samaan aikaan oppia myös niin sanottu päällekirjoittamisen sääntö, joka tarkoittaa, ettei lukuja merkitä kuten ne kuullaan vaan paikka-arvojen mukaisesti (esim. kolmesataaneljäkymmentäkaksi ei merkitä 300402 vaan 342). Myös kielelliset seikat voivat hankaloittaa paikka-arvon oppimista, sillä lukujen ilmaisu numerosymbolein ja kielellisesti poikkeavat toisistaan ajoittain voimakkaasti ja ovat jopa ristiriitaisia niitä opettelevan lapsen näkökulmasta. Esimerkiksi, vaikka luvussa seitsemänsataakaksikymmentä ei lueta ykkösiä ääneen lainkaan, ei se tarkoita, etteikö ykkösten paikalle tulisi merkata mitään. Lukuja vertailtaessa on myös opittava katsomaan ensin suurimpien yksiköiden arvoja ennen pieniä. (Aunio & Räsänen, 2016; Mononen, ym. 2017; Moeller, ym. 2011) Ja sekaannus vain pahenee, kun allekkainlaskuja harjoiteltaessa jokaisella muulla paikalla tulee merkitä nolla tehtävän niin vaatiessa, paitsi kaikkein vasemmanpuolimmaisessa. Tämän logiikan selittäminen on joskus vaativaa, erityisesti jos lapsella on oppimisvaikeuksia, pahimmassa tapauksessa sekä matematiikan että kielen puolella.

Tarkka kielenkäyttö matematiikan tunneilla harjoittaa lasta käyttämään matemaattisia symboleita tarkoituksenmukaisella tavalla. Näitä symboleita ovat numerosymbolien lisäksi esimerkiksi yhtä suuri kuin ( $=$ ), ei ole yhtä kuin ( $\neq$ ) suurempi kuin ( $>$ ) tai pienempi kuin ( $<$ ). Jotta lapsi ymmärtää symbolikielen tarkoituksen, on tärkeää, että symboleita harjoitellaan käyttämään kuvaamaan

suhteita kahden eri kokonaisuuden välillä. (Aunio & Räsänen, 2016; Mononen ym. 2017.)

#### **2.1.4 Laskemisen taidot**

Laskemisen taitoihin katsotaan kuuluvaksi lukujonon luettelemisen taidot, lukumäärän laskemisen taito, johon tarvitaan lukujonon luettelemisen taitoa sekä numerosymbolien hallinta. Lukujonon luettelemisen taitoihin kuuluu kyky luettelaa lukujonoja eteen- ja taaksepäin sekä järjestyksessä että hypäyksittäin (esim. joka toinen, joka viides jne.), lukujonon jatkaminen annetusta luvusta alkaen sekä taito kirjoittaa ääneen sanottu lukusana ja tunnistaa kirjoitettu numerosymboli. Sujuvat lukujonon luettelemisen taidot luovat pohjan muiden matemaattisten taitojen kehitykselle, sillä sitä tarvitaan alussa yhteen- ja vähennyslaskun oppimisessa, ja myöhemmin myös muiden matemaattisten taitojen kehityksessä ja oppimisessa. (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen ym., 2017; Koponen, Eklund & Salmi, 2018.)

Lukumäärien laskeminen vaatii useiden eri osaprosessien hallintaa. Pohja muodostuu lukujonon luettelemisen taidoista, mutta lisäksi lapsen on ymmärrettävä yksi yhteen -suhde sanottavan lukusanan, osoitettavan esineen sekä osoittavan eleen välillä. Lapsen on myös oivallettava, että viimeiseksi sanottu lukusana kertoo esineiden kokonaismäärän. Laskettavien esineiden suhteen lapsen pitää kyetä ymmärtämään, että kaikenlaisia keskenään erilaisiakin esineitä voidaan laskea, sekä ettei esineiden laskujärjestyksellä ole merkitystä, kunhan kaikki esineet tulevat lasketuksi yhden kerran. (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen ym., 2017; Geary, 2004.)

Lapsi tutustuu ensimmäisiä kertoja formaaliin matematiikkaan opitellessaan yhdistämään lukusanan sitä vastaavaan numerosymboliin. Taitoa opeteltaessa lapsi harjoittelee sekä tunnistamaan numerosymbolista, mikä lukusana on kyseessä, että kirjoittamaan annetun lukusanan numerosymbolina. Lisäksi lapsen on opittava ilmaisemaan lukumääriä numerosymboleilla, esimerkiksi osoittamalla esineiden määrää merkitsevää numerosymbolia. (Aunio, 2008.) Laskemisen taidot ennustavat myöhempää matemaattista osaamista hyvin esimerkiksi aritmeettisten taitojen suhteen. Yhteen- ja vähennyslaskutaidon oppimista tukee, jos lapsi osaa esikouluiässä luettelaa sujuvasti lukusanoja eteen- ja taaksepäin lukualueella 0-20. (Mononen ym., 2017.)

## 2.2 Matemaattisten oppimisvaikeuksien tunnistaminen

Matemaattisia oppimisvaikeuksia, erityisesti kehityksellistä dyskalkuliaa, luonnehtii vaikeuksien pysyvyys ja riippumattomuus muusta älykkyydestä tai koulutuksellisista mahdollisuuksista. Diagnostiikka on haastavaa, mutta yhtenä kriteerinä on käytetty juurikin heikkoa suoriutumista matemaattisista testeistä suhteessa muuhun älykkyyteen. (Geary, 2004.) Muita keskeisiä kriteereitä ovat riittävä kouluopetus, eli ettei heikko osaaminen johdu opetuksen puutteesta, sekä standardoiduilla testeillä havaitut, selkeät vaikeudet matematiikan perustaidoissa. Pelkästään monimutkaisemmissa matemaattisissa taidoissa näkyvät haasteet eivät täytä dyskalkulian kriteeristöä. Älyllinen kehitysvamma, lääketieteellinen tai psykiatrinen häiriö tai aistivamma toimivat poissulkukriteereinä. (Koponen ym., 2019.) On esitetty, että kehityksellisen dyskalkulian taustalla olisi perustavanlaatuinen häiriö kyvyssä erottaa lukumääriä (esim. Butterworth, 2005). Tätä käsittelevissä tutkimuksissa on kuitenkin saatu ristiriitaisia tuloksia, jotka voivat johtua metodologisista eroista eri tutkimusasetelmissa (De Smedt ym., 2013). Metodologiset erot tarkoittavat esimerkiksi sitä, että eri tutkimuksissa on käytetty samoja käsitteitä tarkoittamaan eri asioita tai toisin päin, tai tutkimusasetelmat ovat voineet olla hyvin erilaisia keskenään. Samaa ilmiötä on voitu tarkastella monesta eri näkökulmasta ja tutkimustulosten raportointi voi varioida tutkimuksesta toiseen. Tiivistetysti metodologia pitää sisällään teoriapohjan, aineistonkeruumenetelmän, tutkimusmetodin eli tutkimusaineiston analyysimenetelmän sekä tieteenfilosofisten perusteiden muodostamaa kokonaisuutta (Sirén & Pekkarinen, 2017).

Tässä tutkimuksessa käytetään kuitenkin laajempaa käsitettä, matemaattisia oppimisvaikeuksia, kuvaamaan tutkittavana olevaa joukkoa. Tämä johtuu siitä, ettei tutkimusaineistosta tule ilmi, onko tutkittavilla diagnosoitu kehityksellistä dyskalkuliaa vai ei. Matematiikan oppimisvaikeuksia kuvaava käsitteistö on yleisesti kirjavaa tutkimuskirjallisuudessa, ja siksi on oleellista tarkistaa, miten matematiikan oppimisvaikeudet on kulloinkin määritelty (Koponen ym., 2019). Tässä tutkimuksessa puhutaan matematiikan oppimisvaikeuksista olettaen, että heikosti matemaattisissa testeissä menestyneillä tutkittavilla on matematiikan oppimisvaikeuksia. Yleisesti matematiikan oppimisvaikeuksilla viitataan kehityksellistä dyskalkuliaa monimuotoisempiin ja vaikeusasteeltaan vaihtelevampiin ongelmiin. Näiden taustalla vaikuttaa usein numeeristen taustatekijöiden lisäksi muitakin kognitiivisia tekijöitä, esimerkiksi työmuistin ongelmia tai kielellistä pulmaa. (Koponen ym., 2019.)

Matemaattisten oppimisvaikeuksien piirteisiin kuuluvat heikko numerokäsitteistön ja numeerisen systeemin hallinta. Vaikeuksia ilmenee laskemisen lisäksi ajan ja suunnan abstraktien käsitteiden oppimisessa sekä ajan ja tapahtumien järjestyksen hahmottamisessa. Lasten, jolla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, on hankala oppia ja muistaa numeerisia faktoja eivätkä he osaa käyttää hyödykseen sääntöjä ja laskustrategioita helpottaakseen laskemista. Sanallisissa tehtävissä lapsen on hankala hahmottaa, minkä tyyppistä laskutoimitusta tehtävän ratkaisemiseksi tarvitaan. (Vaidya, 2004; Koponen ym., 2019.) Hyvin yksinkertaistenkin laskutoimitusten ulkoa muistaminen ja muistista haku ovat hyvin hankalia. Vaikuttaa siltä, että tällaisten oppilaiden on sekä vaikeaa tallettaa matemaattisia faktoja muistiinsa että hakea niitä muistista tarvittaessa. Geary onkin määritellyt tämän määrittäväksi piirteeksi matemaattisessa oppimisvaikeudessa jo vuonna 1993 (Geary, 1993). Tällaiset lapset myös omaksuvat uusia laskustrategioita hitaammin kuin muut, he käyttävät vielä pitkään esimerkiksi konkreetteja strategioita ikätovereiden jo siirryttyä mentaaliin strategioihin, ja heillä on yleensä rajoittunut työmuistin kapasiteetti. (Gersten ym., 2008; Price ym., 2013; Koponen, 2019.)

Sanallisten tehtävien ratkominen on hyvin vaativaa ja edellyttää useiden kognitiivisten toimintojen yhdistämistä, mukaan lukien luetun ymmärtäminen, oleellisen tiedon löytäminen, oman työskentelyn suunnittelu, vaadittavien laskutoimitusten hallinta ja vielä saadun lopputuloksen järkevyyden arviointi (Mononen ym., 2017; Koponen ym., 2019). Berchin (2005) mukaan esikoulun aikana tulisi kiinnittää huomiota lasten matemaattisten prosessien nopeuteen niiden tarkkuuden lisäksi, sillä tutkimuksissa on havaittu matemaattisen oppimisvaikeuden ilmenevän tässä iässä erityisesti prosessoinnin nopeudessa. Mikäli prosesseja mittaavan testin aikaa ei ole rajattu, virheiden määrässä ei välttämättä ole juurikaan eroja matemaattisia oppimisvaikeuksia omaavien lasten ja kontrolliryhmän lasten välillä, mutta matemaattisia oppimisvaikeuksia omaavat lapset suoriutuvat tehtävistä huomattavasti kontrolliryhmän lapsia hitaammin. (Berch, 2005.)

Lukukäsitteen kehittymisen ja lukujen suuruusvertailukyvyn katsotaan olevan yksi tärkeimmistä aritmeettisten taitojen kehitystä edeltävistä tekijöistä. Nämä kehittyvät ihmiselle synnynnäisen lukumääräisyyden tajun ansiosta. Tämä kehityksellinen heikkous korostuu niillä lapsilla, joilla on dyskalkulia (Mononen ym., 2017; Geary, 2004). Hyvin kehittynyt lukukäsite auttaa lasta myöhemmin arvioimaan vastauksensa oikeellisuutta yksinkertaisissa laskutoimituksissa, kuten 15-8. Lukukäsitteen ollessa hyvin kehittynyt lapsi pystyy arvioimaan, että vastauksen tulisi olla alle 10. (Desoete, 2012.) Arkielämässä lukumääräisyyden tajun heikkous

näyttäytyy esimerkiksi niin, että lapsen voi olla vaikea ymmärtää, onko esimerkiksi 270 euroa enemmän vai vähemmän kuin 189 euroa. Lisäksi lukumäärää arvioidessa lapsen arvio voi erota suuresti oikeasta lukumäärästä. (Mononen ym., 2017.)

Laskemisen taidoissa matemaattiset oppimisvaikeudet näkyvät usein lukujen luettelemisessa esiintyvänä virheinä sekä virhealttiina ja hitaana lukumäärien laskemiskykynä. Aritmeettisten taitojen suhteen ongelmat ilmenevät ensisijaisesti aritmeettisten faktojen nopean muistista hakemisen työläytenä. Tämä taas näyttäytyy hitaiden ja alkeellisten laskustrategioiden käyttämisenä tai väärinä vastauksina. Lapsi, jolla on matematiikan oppimisvaikeus, hyväksyy helpommin vääränkin muistista haetun vastauksen oikeaksi eikä arvioi, voiko se olla oikein vai ei. Laskun ratkaisemiseksi tarvittavat vaiheet eli laskuproseduurit ovat haastavia oppia lapsille, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Näissä taidoissa kehitys tulee usein useiden vuosien viiveellä verrattuna normaalisti taidoissaan kehittyviin lapsiin. Virheitä esiintyy esimerkiksi laskualgoritmeissa, kuten laskettaessa allekkain yhteen- tai vähennyslaskuja. (Mononen ym., 2017; Geary, 2004.)

Lukujen rakenteen ja paikka-arvon ymmärtäminen on usein haastavaa lapsille, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Erityisesti hankaluuksia tuottavat luvut, joissa esiintyy nolla, sillä tällöin lapsen tulee hallita kymmenjärjestelmä todella hyvin käsittääkseen, että esimerkiksi kokonaan puuttuvia kymmeniä merkitään nollalla luvussa 507. Lukujen rakenteen ymmärtäminen korostuu laskualgoritmeissa, kuten yhteen- ja vähennyslaskussa allekkain, joissa on erittäin tärkeää lukujen sijainti omilla paikoillaan. Vaikeus lukujen rakenteen ymmärtämisessä voi näyttäytyä myös virheinä, kun lapsen tulee kirjoittaa kuulemansa luku numerosymboleilla. Lapsi voi kehittää myös ns. miniteorioita ja yrittää soveltaa oppimaansa laskustrategiaa tai sääntöä sellaisiinkin laskuihin, joihin se ei sovellu. Työmuistin liiallinen kuormittuminen voi myös johtaa matemaattisten perusperiaatteiden huomiotta jättämiseen, ja lapsi saattaa esimerkiksi laskea saman objektin useampaan kertaan. (Mononen ym., 2017; Geary, 2004.)

Eroavaisuudet lasten aivojen neuraalisissa rakenteissa, jotka mahdollistavat yksinkertaisten aritmeettisten ongelmien ratkaisun sujuvuuden (tai sujumattomuuden), ovat yksi potentiaalinen vastausvaihtoehto pohdittaessa lasten keskinäisiä eroja matematiikan oppimisvalmiuksissa. Aritmeettinen sujuvuus tarkoittaa sitä, kuinka nopeasti ja tarkasti lapsi kykenee tuottamaan oikean vastauksen esitettyyn laskutoimitukseen. Tämä sujuvuus, kuten lukumääräisyyden tajukin, muodostaa pohjaa monimutkaisempien matemaattisten taitojen kehitykselle. (Price ym., 2013.) Sujuvuus kertoo myös muiden matematiikan perustaitojen oppimisen tasosta ja vaikuttaa kaikkeen muuhun matematiikan oppimiseen. Mikäli

yksinkertaisten laskutoimitusten suorittaminen on epätarkkaa ja hidasta, on matematiikan oppiminen hidasta ja haastavaa kaikilla osa-alueilla, jopa perusgeometriassa. (Jordan, Glutting & Ramineni, 2008.)

Yhteenvedona voidaan todeta, että matemaattiset oppimisvaikeudet ovat hyvin monimuotoisia sekä taustojensa että vaikeuksien ilmenemismuodon suhteen. Vaikeudet tulevat esiin laskustrategioiden oppimisen hitautena tai oppimattomuutena, hankaluuksina laskemisen taidoissa, lukumääräisyyden tajun ja laskuproseduurien heikkoutena, aritmeettisissa taidoissa, puutteellisena kymmenjärjestelmän ja lukujen rakenteen ymmärtämisenä sekä soveltavissa sanallisissa tehtävissä (Gersten ym., 2008; Mononen ym., 2017; Koponen ym., 2019).

### **2.3 Kielen ja matemaattisten taitojen kehitys**

Kielen kehityksellä on osoitettu olevan merkittävä yhteys matemaattisten taitojen kehitykseen (Koponen ym., 2018). Kielen perusrakenteiden osaamisen sekä kielellisen ilmaisun taso selittävät vahvasti esikoululaisten aritmeettisten taitojen varianssia. Yhteys löytyi silloinkin, kun laskemisen taitojen, arviointikyvyn ja loogisen ajattelun taitojen osaamisen taso oli kontrolloitu. Kielellinen ilmaisu selitti noin viidenneksen aritmeettisten taitojen vaihtelusta esikoululaisilla ja n. 4% vaihtelusta mentäessä ensimmäiselle luokalle. (Desoete, 2015.) Purpura ja Ganley (2014) todensivat 199 lasta käsittäneessä työmuistin ja kielen yhteyttä matematiikan osaamiseen mittaavassa tutkimuksessaan, että kielellisellä osaamisella on yleinen yhteys kaikkiin mitattuihin matematiikan osaamisen osa-alueisiin. SLI (specific language impairment eli kielellinen kehityshäiriö) – lapsilla on myös systemaattisesti havaittu tutkimuksissa vaikeuksia laskemisen taidoissa verrattuna ikäryhmään (Koponen, Eklund & Salmi, 2018).

Purpura ja Reid (2016) ovat omassa tutkimuksessaan tarkentaneet, että kun testataan sekä yleisen kielitaidon että matemaattisen kielitaidon yhteyttä matemaattisiin taitoihin, vain matemaattisen kielitaidon taso on merkittävästi yhteydessä matemaattisiin taitoihin. He myös havaitsivat tutkimuksessaan, että vanhempien koulutustasolla on merkittävä yhteys lasten matemaattisen kielitaidon tasoon.

Tutkimusten mukaan matemaattinen ajattelu ja kielellinen prosessointi aktivoivat samoja aivoalueita, joten voi olettaa niillä olevan ainakin jotain samoja neuraalisia reittejä. Tämän voidaan olettaa merkitsevän, että kielen kehityksen ja matemaattisten taitojen kehityksen yhteys on olemassa jo hyvin varhaisessa



vaiheessa lapsen elämässä. (Purpura & Reid, 2016.) Tutkimusten mukaan aritmetiikka ja kieli jakavat yhteisiä syntaksisia eli rakenteellisia piirteitä. Esimerkiksi, ymmärrettäessä lauseesta ”Jaakko puhui koiralle” se, kuka puhui ja kenelle, on rakenne yhdenmukainen kuin esimerkiksi ymmärrettäessä laskutoimitus 12-5. Molemmissa tapauksissa on käsitettävä kaksi erillistä kokonaisuutta (Jaakko ja koira, 12 ja 5), kyseessä oleva toiminta (puhuminen ja vähennyslasku) sekä järjestyksen merkitys (ei ole sama asia laskea 5-12, saati että koira puhuisi Jaakolle eikä toisinpäin). (Varley ym., 2005.)

Lasten kasvaessa vaikeudet matematiikassa ilmenevät usein yhdessä kielellisten vaikeuksien kanssa. Niillä lapsilla, joilla vaikeuksia esiintyy molemmilla osa-alueilla, vaikeudet matematiikassa ovat yleensä vakavampia ja pysyvämpiä kuin niillä lapsilla, joilla on vaikeuksia ainoastaan matematiikassa. Matematiikan ja kielen kehitys linkittyvät yhteen, sillä lapset käyttävät kieltä ja erityisesti matemaattista kieltä, kuten lukusanoja, opetellessaan matemaattisia taitoja. Lukusanojen lisäksi lasten tulee ymmärtää paljon muutakin matematiikkaan vahvasti liittyvää yleiskieltä, kuten vertailuun tarvittavia ”enemmän”, ”vähemmän”, ”monta”, ”suurempi” ja ”pienempi”. Sanoja ”ennen”, ”jälkeen” ja ”lähellä” tarvitaan mm. opeteltaessa lukujen sijaintia ja järjestystä lukusuoralla. Näiden erilaisten matematiikkaan tarvittavien sanojen puuttuessa tai ymmärryksen ollessa puutteellista, on lapsen hyvin hankala ymmärtää ja oppia matematiikkaa. Vaikeudet matemaattisen kielen ymmärtämisessä vaikuttavat matematiikan osaamiseen vahvemmin, kuin yleinen kielellinen osaaminen. (Purpura & Reid, 2016; Hornburg ym., 2018.)

## **2.4 Matemaattisten taitojen interventio-ohjelmat**

Interventio-ohjelmista ajatellaan yleisesti, että ne ovat pääasiallisesti erityisopettajien työkaluja, joilla pyritään joko ehkäisemään oppimisvaikeuksia tai korjaamaan jo syntyneitä vahinkoja ja muokkaamaan lapsen käytöstä adaptiivisempaan suuntaan. Kuntoutus käsitteenä kuitenkin erotetaan tästä ja sen katsotaan olevan terveydenhuollon tehtävä. Interventio-ohjelmissa ja kuntoutustyössä on kuitenkin hyvin paljon samankaltaisia piirteitä, kuten kuntoutuksen tai intervention suunnittelu, yhteistyö eri tahojen kanssa, lapsen tilanteen seuraaminen sekä vastuukysymyksistä päättäminen. Kuntoutuksen ja intervention ero ilmenee siinä, että kuntoutusta järjestetään silloin, kun lapsella on jo olemassa jokin mahdollisesti pysyväluonteinenkin vamma, jota sitten kuntoutetaan ja kuntoutuksen avulla pyritään vähentämään vamman tuottamia haittoja. Interventio-ohjelmat taas voivat toimia ennaltaehkäisevinä tai niillä voidaan pyrkiä

vaikuttamaan esimerkiksi hidastumaan tai taantumaan oppimisessa tai käytöksessä. (Puumalainen, 2008.)

Matemaattiset interventio-ohjelmat, erityisesti koskien matemaattisia oppimisvaikeuksia omaavia lapsia, voidaan jakaa useaan eri kategoriaan. Ensimmäiseen voidaan sisällyttää ohjeistukseen ja opetukseen ja/tai opetussuunnitelmaan kohdistuvat interventiot. Tähän kategoriaan kuuluvat esimerkiksi eksplisiittinen opetus, oppilaan matemaattisen päättelyn sanallistaminen, visuaalisten havainnollistamiselementtien käyttö, esimerkkien käyttö oletetusti tehokkaimmassa järjestyksessä ja laajuudessa, oman toiminnan tarkkailun ja laskustrategioiden monipuolinen opetus sekä opetetun asian linkittäminen suoraan käytännön, "oikean maailman" ongelmiin. (Gersten ym., 2008.)

Käytännössä useimmissa kouluissa ensimmäinen interventio matematiikassa heikosti menestyvän oppilaan auttamiseksi on ottaa hänet pois luokasta opiskelemaan osa-aikaiseen erityisopetukseen erityisopettajan kanssa, tai tarjota hänelle koulunkäynninohjaajan tukea matematiikan opiskeluun oppitunneilla. Osa-aikainen erityisopetus tapahtuu yleensä pienryhmässä, jotta erityisopettajan resurssia saadaan tarjottua mahdollisimman monelle oppilaalle, mutta joskus opetus voi tapahtua myös yksilöopetuksena. Ennen näitä toimenpiteitä luokanopettajan on kuitenkin täytynyt jo eriyttää opetusta järkevällä tavalla ja huolehtia laadukkaasta ja selkeästä opetuksesta, jotta jokaisella lapsella olisi mahdollisimman hyvät mahdollisuudet selviytyä heille asetetuista odotuksista luokkahuoneessa. Tätä ei kuitenkaan yleensä lasketa suoranaisesti interventioksi, sillä sen tulisi olla osa jokaista matematiikan oppituntia. Interventioiden tulisi olla matematiikan oppituntien *lisänä*, jonka vuoksi voikin olla ongelmallista, jos iso osa matematiikan erityisopetuksesta eli matematiikan interventiosta tapahtuu muusta ryhmästä erillään samanaikaisesti tavallisten matematiikan oppituntien kanssa. (Haseler, 2008.)

Koulunkäynninohjaajan tuki oppitunnilla on syytä määritellä keskittymään oppilaan matemaattisten perusvalmiuksien ja pystyvyyden tunteen vahvistamiseen. Tämä voi olla jaksoittaista ja voidaan osoittaa myös tietyille oppitunneille, jonka aiheissa oppilaalla tiedetään olevan vaikeuksia. Tällainen tuki on tehokasta erityisesti sellaisten oppilaiden kohdalla, jotka ovat vain hieman jäljessä ikätasoaan tai joilla vaikeuksia on vain joillain osa-alueilla. Tätä haastavampien matematiikan oppimisvaikeuksien tuen tulisi tulla erityisopettajalta ja sen tulisi olla pitkäaikaista. Tällöin tuen on syytä keskittyä niihin matematiikan perustaitoihin, joissa matematiikan oppimisvaikeuksia omaavilla lapsilla on yleisesti ongelmia, sekä yksilölle erityisen hankaliin aiheisiin. Tämän kaltaista tukea tarjottaessa kyse ei ole

edelleenkään mistään tutkitusta interventio-ohjelmasta, vaan yksilölle personoidusta oppimisen tuesta, joka kyllä on interventio, mutta jonka laatu voi vaihdella rajusti riippuen tuen tarjoajasta. (Haseler, 2008.)

Kirjallisuudessa on kiinnitetty melko vähän huomiota varhaisiin matematiikan interventioihin. Esimerkkejä varhaisten matemaattisten taitojen sekä matematiikan perustaitojen tukemiseen tähtäävistä tutkituista ohjelmista ovat oppimisvalmiuksien kehittämisohjelma *Nallematikka* 3-5-vuotiaille, *Minäkin lasken!* - harjoitusohjelma 4-7-vuotiaille, *Numerorata* – tietokonepeli 5-8-vuotiaille sekä *Selkis* – harjoitusohjelmat alkuopetusikäisille (Koponen ym., 2019). Saatavilla oleva tutkimustieto viittaa siihen, että lapset todennäköisesti hyötyvät eksplisiittisestä opetuksesta liittyen matematiikan perustaitoihin, erityisesti matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen, johon sisältyy myös muita osa-alueita, kuten lukumääräisyyden tajun harjaannuttamista (Jordan ym., 2008.) Seuraavassa keskitytään tarkemmin eksplisiittiseen opetukseen.

## 2.5 Eksplisiittinen opetus

ThinkMath – interventiossa (ThinkMath -blogi, 2019) hyödynnetään eksplisiittistä opetusta, koska sen on todettu olevan yksi tehokkaimmista oppimisvaikeuksisten lasten opetukseen liittyvistä elementeistä. Eksplisiittisen opetuksen toteutuksessa olennaisia osia ovat opeteltavan asian tai strategian mallintaminen, vaihe vaiheelta etenevä opetus, oppimisen tavoitteiden selkeys sekä strukturoitu harjoittelu sekä toisen henkilön tuella että ilman. (Gersten, 2009.)

Eksplisiittisessä opetuksessa opettaja ensin johdattelee lapset opeteltavaan aiheeseen yhdistämällä asiaa arkielämään tai ennalta opittuihin asioihin. Uusi asia pilkotaan pienempiin osiin ja kootaan kokonaisuudeksi ohjauksessa. Seuraavaksi opettaja mallintaa uuden strategian näyttämällä ja puhumalla ääneen, kuinka se tehdään, sekä havainnollistamalla konkreettisilla materiaaleilla miltä opeteltava asia käytännössä näyttää. Tämän jälkeen lapset harjoittelevat opettajan ohjauksessa ja saavat jatkuvasti palautetta työskentelystään. Lapset myös jakavat ja pohtivat ratkaisustrategioita toisten kanssa. (Gersten & Newman-Gonchar, 2011; Explicit Teaching, 2019; Knight, Smith, Spooner & Browder, 2011.)

Opettajan varmistettua, että jokainen on ymmärtänyt opeteltavan laskustrategian, alkaa itsenäisen harjoittelun vaihe. Tällöin lapset suorittavat useita laskutehtäviä oppimansa strategian avulla. Tätä voidaan toteuttaa myös esimerkiksi parin kanssa tai pienryhmissä, pääasia on, että jokainen yksilö pääsee harjoittelemaan työskentelyä oppimallaan strategialla. Harjoittelu on monipuolista ja

sitä tapahtuu sekä itsenäisesti että opettajan ohjauksessa. Opettaja mallintaa myös menetelmiä virheiden huomaamiseen ja korjaamiseen ja lapset harjoittelevat myös näitä. Oppitunnin lopuksi lapsilta kysytään, mitä he ovat tänään oppineet, ja kerrotaan myös seuraavan oppitunnin aihe ja miten tänään opittu mahdollisesti liittyy seuraavaan aiheeseen. Aiemmin opittua kerrataan riittävästi ja tarpeeksi pitkällä ajalla. (Gersten & Newman-Gonchar, 2011; Explicit Teaching, 2019; Knight, ym., 2011.)

## **2.6 Intervention pedagogiset piirteet**

Tässä tutkimuksessa käytetyn intervention pedagogisina piirteinä ovat heikkojen matematiikan oppijoiden sekä matematiikan oppimisvaikeuksia omaavien lasten osaamisen kehityksen kannalta keskeiseksi nousseita asioita. Näitä ovat eksplisiittinen ja systemaattinen ohjaus sekä visuaaliset esitysmuodot.

Materiaalissa edelliset on otettu huomioon jakamalla uusi asia useisiin opetustuokioihin, joka mahdollistaa kokonaisuuden pilkkomisen lisäksi myös kertaavan otteen opetukseen. Lapsille on tarjottu mahdollisuus harjoitella oppimaansa asiaa monipuolisilla tavoilla, kuten opettajajohtoisesti, parin kanssa, sekä itsenäisesti erilaisten pelien, toiminnallisten tehtävien ja kynä-paperi-tehtävien avulla. Näissä itsenäisissä tehtävissä sekä parityöskentelyssä lapset ovat kerranneet opettajajohtoisessa työskentelyssä opittuja asioita. Virheisiin sekä niiden korjaamiseen on kiinnitetty huomiota, virheellisiä ratkaisutapoja on korjattu työskentelyn aikana opettajan ohjauksessa. Uuden asian esittely sekä tehtäväkokonaisuudet on aloitettu mallintamalla asiaa konkreettisilla välineillä, joista on siirrytty kuvalliseen mallintamiseen ja tästä on pyritty siirtymään pois kohti abstraktia ajattelua työskentelyn edetessä. Näitä eri vaiheita on pyritty linkittämään toisiinsa, jotta lasten on helpompi siirtyä ajattelussaan tasolta toiselle. Linkittäminen tarkoittaa tässä, että esimerkiksi konkreettiset välineet ja kuvat vastaavat toisiaan. (Ajatellaan – hanke, 2012.)

### 3 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tämän tutkimuksen tehtävänä on selvittää, onko eksplisiittisellä interventio-ohjelmalla (ThinkMath) vaikutusta matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten lasten matematiikan osaamiseen. Vaikuttavuutta tutkittaessa perehdytään myös siihen, miten intervention vaikuttavuus näkyy lasten matemaattisissa taidoissa heti sekä viivästetysti intervention jälkeen. Lopuksi lapset jaetaan ryhmiin heidän kielellisten taitojensa perusteella. Ryhmät muodostetaan sen mukaan, onko kyseessä lapsi, jolla on heikkoutta ainoastaan matematiikassa vai lapsi, jolla on heikkoutta sekä matematiikan että kielellisten taitojen puolella.

1. Millä tavoin eksplisiittinen interventio-ohjelma (ThinkMath) vaikuttaa matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten matematiikan osaamiseen heti ja viivästetysti intervention jälkeen?
2. Onko vain matemaattisesti heikkojen lasten matematiikan osaamisella tilastollisesti merkitsevää eroa lapsiin, jotka ovat heikkoja sekä matemaattisesti että kielellisesti?

Kysymyksiin etsitään vastauksia vertailemalla aineiston eri mittauspisteitä ja tutkimalla, löytyykö matemaattisten taitojen kehityksestä tilastollisesti merkitsevää muutosta interventio-ohjelman jälkeen. Tutkitaan myös, löytyykö tilastollisesti merkitsevää eroa ryhmien välillä vertailtaessa vain matemaattisesti heikkoja sekä matemaattisesti että kielellisesti heikkoihin lapsiin.

## 4 Tutkimuksen toteutus

Tämä pro gradu- tutkielma pohjautuu kvantitatiivisiin tutkimusmenetelmiin. Tutkimuksessa käytetty aineisto on koottu kahdesta aineistosta, jotka koskevat 194 ensiluokkalaisten ja 95 toisluokkalaisten lapsen osaamisen mittauksia matematiikan ja kielen saralla.

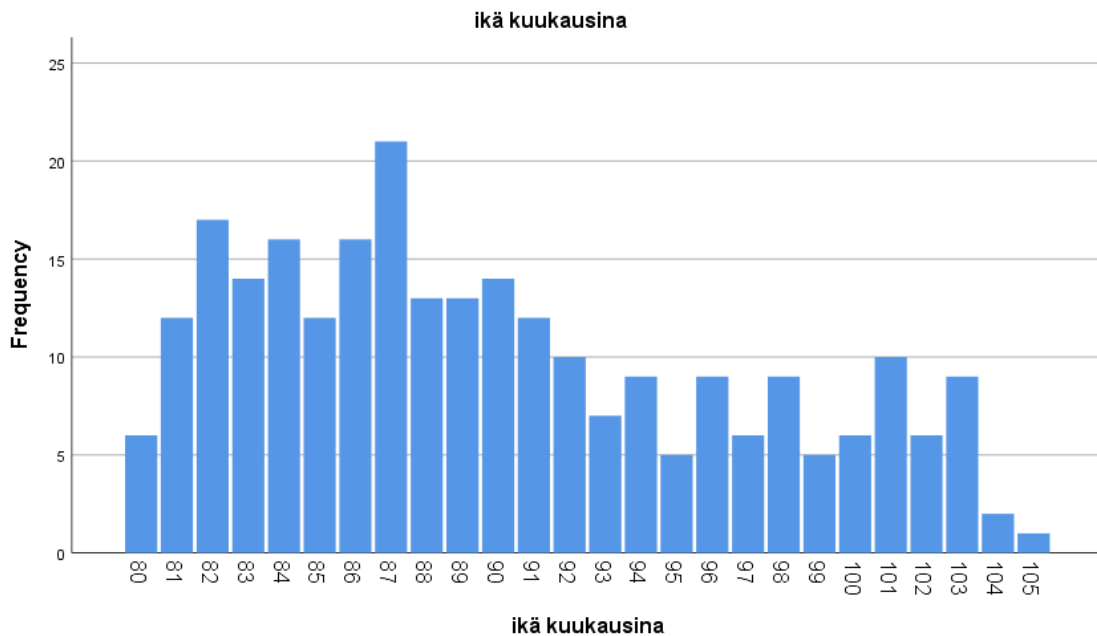
### 4.1 Tutkimusasetelma ja osallistujat

Tutkimus on tehty koeasetelmassa, jossa on mukana kontrolliryhmä ja interventioryhmä. Tutkimuksessa käytetty aineisto on koottu kahdesta aineistosta. Näissä on yhteensä 274 1.- ja 2.-luokkalaista lasta, joiden osaamista on mitattu matematiikan ja kielen saralla. Lapsista 53,6% (147) oli poikia ja 46,4% (127) oli tyttöjä.

Lasten ikä jakautuu 80kk (6,66v) – 105kk (8,75v) välille.

| SP    |       |           |         |               |                    |
|-------|-------|-----------|---------|---------------|--------------------|
|       |       | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
| Valid | poika | 147       | 53,6    | 53,6          | 53,6               |
|       | tyttö | 127       | 46,4    | 46,4          | 100,0              |
|       | Total | 274       | 100,0   | 100,0         |                    |

*Taulukko 1. Sukupuolijakauma.*



*Kuvio 1. Ikäjakauma.*

Ensimmäisessä mittauspisteessä matematiikassa heikosti menestyneistä lapsista koottiin interventioryhmä sekä kontrolliryhmä, joka koostui heikosti menestyneistä lapsista, mutta joiden kanssa ei toteutettu interventiota. Lisäksi jokaisella mittauksella testattiin myös paremmin menestyneet oppilaat. Interventioryhmän kanssa on toteutettu ThinkMath – interventio, ja mittaukset on tehty ennen interventiota, välittömästi intervention jälkeen sekä viivästetysti intervention jälkeen. Mittarit ovat pysyneet samoina kaikissa mittauspisteissä, joten mittauspisteiden keskinäinen vertailu on mahdollista. Kielen osaamisen osalta mittaukset on toteutettu ainoastaan ennen interventiota ja välittömästi intervention jälkeen.

Mittausten tarkoituksena on ollut selvittää intervention vaikuttavuutta lasten matemaattisiin sekä kielellisiin taitoihin. Vaikuttavuutta tutkitaan kahdessa osassa, sekä suhteessa heti intervention jälkeen toteutettuun mittaukseen että viivästettyyn mittaukseen. Kontrolliryhmän kehitystä verrataan interventioryhmän kehitykseen kypsyämisvaikutuksen huomioon ottamiseksi. Tämä tarkoittaa, että pyritään sulkemaan pois muiden tekijöiden kuin intervention vaikutukset lasten tuloksiin alku, - väli - ja loppumittausten välillä. Kontrolliryhmään kuuluvat ne lapset, joilla on testien mukaan heikkoutta matematiikan osaamisessa, mutta eivät ole mukana interventiossa. Interventioryhmän lapsilla on myös heikkoutta matematiikan osaamisessa. Testien perusteella aineistosta poimittiin ne lapset, joilla oli heikkoutta matematiikan osaamisessa. Nämä lapset jaettiin kontrolliryhmään ja interventioryhmään.

Interventoryhmässä oppilaita oli 26, joista 14 oli tyttöjä ja 12 poikia. Kontrolliryhmässä oli 25 oppilasta, joista 8 oli poikia ja 17 oli tyttöjä.

**ryhmiä 3 \* SP Crosstabulation**

Count

|          |                        | SP    |       | Total |
|----------|------------------------|-------|-------|-------|
|          |                        | poika | tyttö |       |
| ryhmiä 3 | muut                   | 119   | 94    | 213   |
|          | heikot, ei interventio | 8     | 17    | 25    |
|          | interventio            | 12    | 14    | 26    |
| Total    |                        | 139   | 125   | 264   |

*Taulukko 2. Sukupuolijakauma ryhmittäin.*

## 4.2 Matemaattisten taitojen mittaus

Lasten matemaattisia taitoja on mitattu Ajatellaan – hankkeen arviointitehtävällä. Ensimmäisen luokan arviointitehtävien tarkoituksena on tuottaa kokonaiskuva lapsen matematiikan osaamisesta. Arvioitaviin taitoihin kuuluvat aritmeettiset taidot, suhdetaidot, laskemisen taidot sekä taito suoriutua soveltavista eli sanallisista tehtävistä. Arviointi suoritetaan opetusryhmässä ja aikaa työskentelyyn varataan tunti.

Yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuutta mittaaviin tehtäviin on asetettu erillinen aikaraja (2min), muihin tehtäviin ei, vaan opettajan on määrä siirtyä seuraavaan tehtävään, kun suurin osa lapsista vaikuttaa saaneen tehtävän valmiiksi.

Ensimmäisen vuosiluokan oppilaita testattaessa suhdetaitojen mittauksiin kuului tehtäviä, joissa mitattiin lapsen taitoa vertailla lukuja (suurin/pienin luku). Sanallisista tehtävistä suoriutumista mitattiin erilaisilla yhteen- ja vähennyslaskutaitoa vaativilla laskutarinoilla. Laskemisen taitoja mitattiin lukujonotehtävillä eteen- ja taaksepäin sekä lukumäärä – luku symboleilla – vastaavuustehtävillä kumpaankin suuntaan. Aritmeettisiä perustaitoja mitattiin yhteen- ja vähennyslaskutaidon aikarajallisilla sujuvuustehtävillä.

Toisella luokalla matematiikan osaamisessa mitattiin samoja osa-alueita kuin ensimmäiselläkin luokalla. Samoin kuin ensimmäisen luokan mittauksissa, myös



toisella luokalla tehtäviin mittauksiin varataan aikaa yksi tunti eikä muihin tehtäviin ole aikarajaa, kuin yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuutta mittaaviin tehtäviin.

Toisen vuosiluokan oppilaita testattaessa suhdetaitojen mittauksiin kuului lukujen vertailutehtäviä (merkitse suurin luku) sekä paikka- ja 10-järjestelmän tuntemusta (kirjoita ääneen luettu luku numerosymbolein, lisää tai vähennä lukuun 10 tai 100). Sanallisten tehtävien osaamista mitattiin soveltavaa yhteen- ja vähennyslaskutaitoa vaativilla laskutarinoilla. Laskemisen taitoja mitattiin lukujonotehtävillä eteen- ja taaksepäin. Aritmeettisia perustaitoja mitattiin yhteen- ja vähennyslaskuilla moninumeroisilla luvuilla sekä yhteen- ja vähennyslaskujen aikarajallisilla sujuvuustehtävillä.

### 4.3 Kielellisten taitojen mittaus

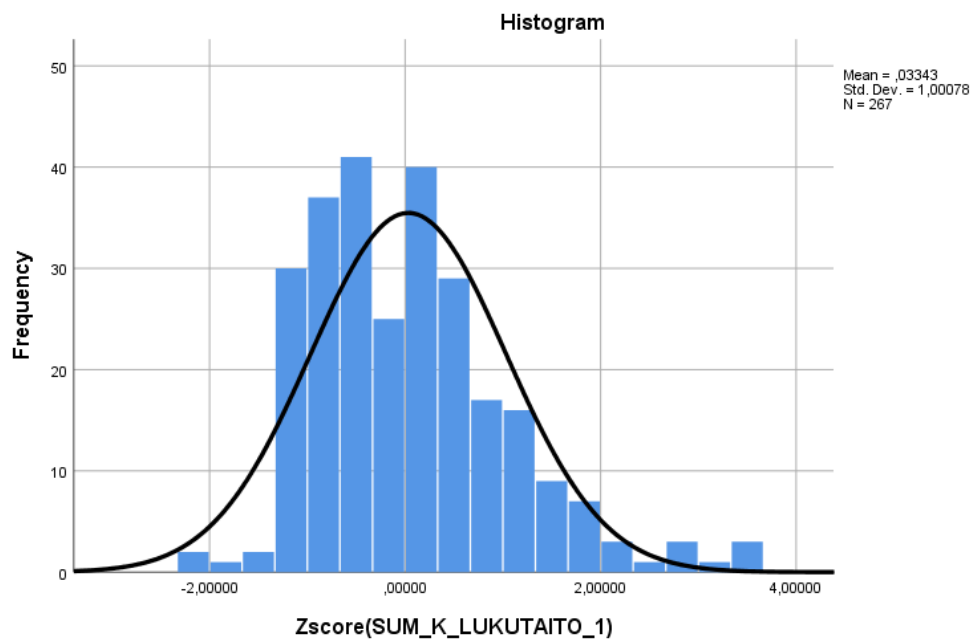
Kielellisiä taitoja tutkimukseen osallistuvilta ensimmäisen luokan oppilailta on mitattu kuullun ymmärtämisen sekä teknisen lukutaidon osalta. Toisen luokan oppilailta mitattiin teknisen lukutaidon lisäksi luetun ymmärtämisen tasoa.

Ensimmäisen luokan oppilailla teetettiin teknisen lukutaidon mittaamiseksi ALLU (ala-asteen lukutesti) – testistön osio sanat. Testistön on kehittänyt Johanna Lindeman (1998). ALLU on suomea äidinkielenään puhuville, 7-13-vuotiaille lapsille suunniteltu ja normitettu testi. ALLU koostuu eri osioista, jotka mittaavat kielellistä tietoisuutta, teknistä lukutaitoa ja luetun ymmärtämistä. ALLU-testistö on suunniteltu työvälineeksi opettajille, erityisopettajille, tutkijoille, psykologeille ja muille lukutaidon parissa työskenteleville. Sen käyttötarkoituksia ovat mm. lasten lukutaidon tason määrittäminen ja vuosittainen kehityksen seuranta, ikäryhmien välinen vertailu lukutaidon suhteen, opetusryhmän lukutaidon kartoitus sekä lukutaidon harjaannuttamisen vaikutusten seuranta. Sanat - osiossa on viiden minuutin aikarajoitus. Tehtävänä on yhdistää esitettyyn kuvaan oikea sana neljästä vaihtoehdosta. Kuvia on yhteensä 80. Toisen luokan oppilaat tekivät saman ALLU – testistön osion virkkeet. Tässä osiossa on kahden minuutin aikarajoitus. Muutoin osio on saman kaltainen sanat - osion kanssa, ainoana erona on, että nyt lapsen täytyy osata yhdistää kuvaan oikea virke yksittäisten sanojen sijaan.

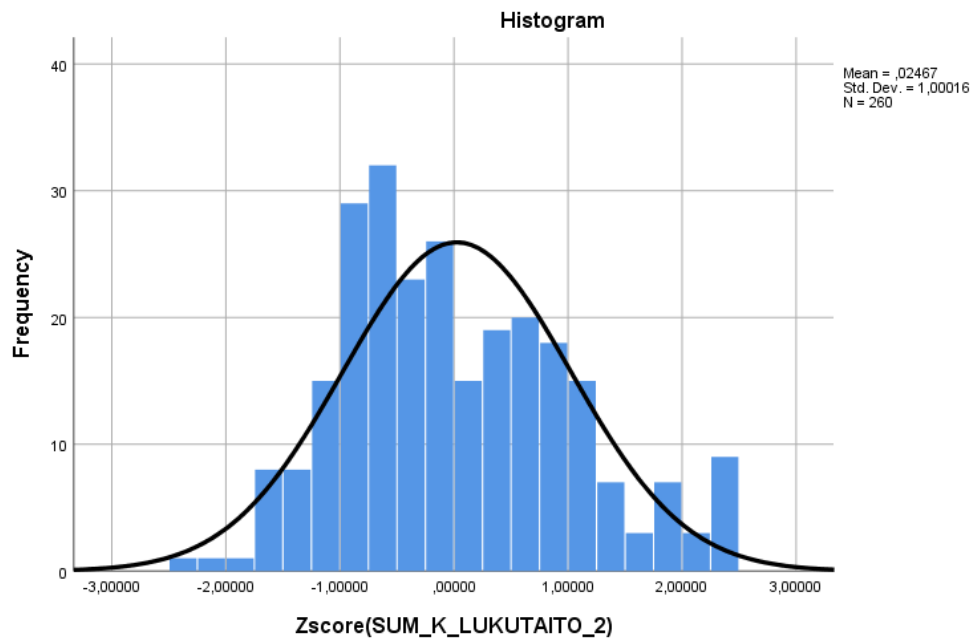
Kuullun ymmärtämistä mitattiin ensimmäisen luokan oppilailta YTTE – testillä. Tässä testaaaja lukee kahdesti tarinan eläimestä, jonka jälkeen luetaan ääneen asioita yksi kerrallaan ja lasten tulee osata arvioida, sanottiinko tarinassa samalla tavalla vai ei.

Toisen luokan oppilailta mitattiin luetun ymmärtämistä ALLU – testistön luetun ymmärtämisen osuudella. Oppilaiden tulee tässä lukea itsenäisesti teksti ja vastata tämän jälkeen monivalintatehtäviin tekstin mukaisesti.

SPSS -ohjelmalla testattiin oppilaiden kielellisen osaamisen normaalijakauma otoksessa. Alla jakaumat histogrammeina.

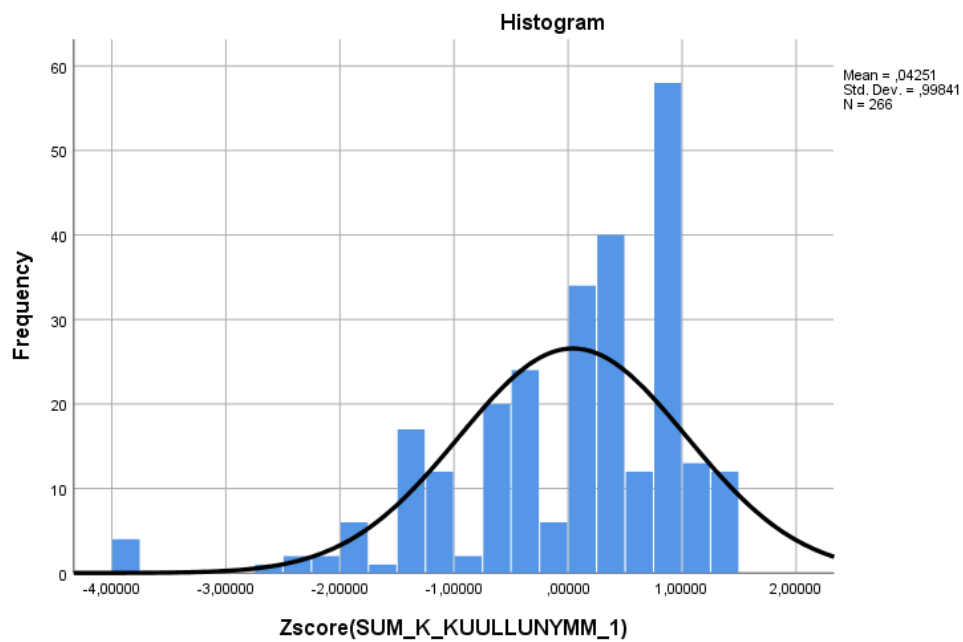


Kuvio 2. Lukutaidon jakauma ensimmäisellä mittauskerralla.

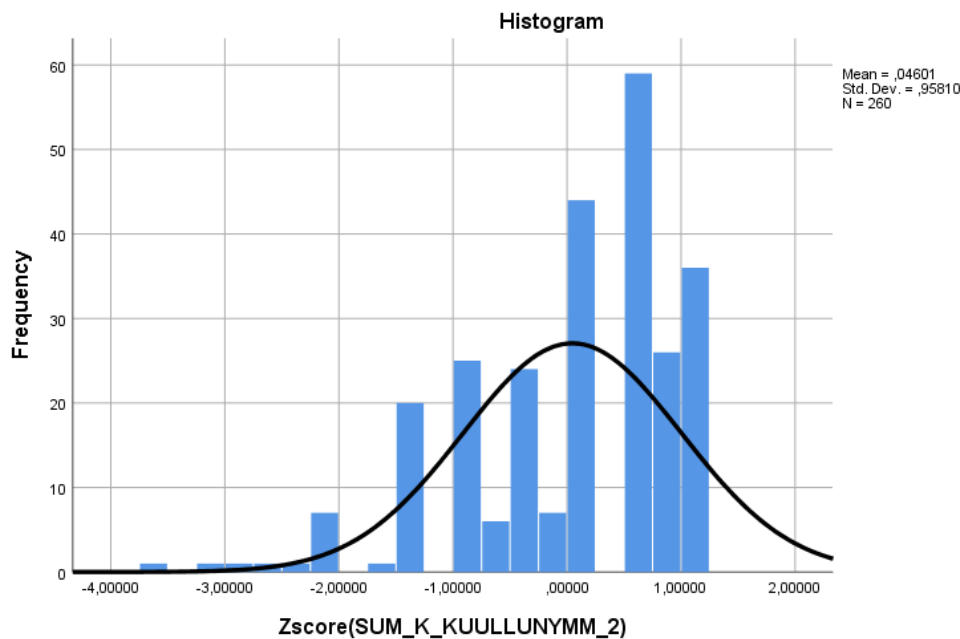


Kuvio 3. Lukutaidon jakauma toisella mittauskerralla.

Lukutaidon suhteen otoksessa mukana olevien oppilaiden osaaminen on normaalisti jakautunutta.



Kuvio 4. Kuullun ymmärtämisen jakauma ensimmäisellä mittauskerralla.



*Kuvio 5. Kuullun ymmärtämisen jakauma toisella mittauskerralla.*

Kuullun ymmärtämisen suhteen otoksen oppilaiden osaaminen ei ole täysin normaalisti jakautunutta. Hajontaa on paljon ja jakauma kallistuu oikealle molemmilla mittauskerroilla.

#### 4.4 Toistomittausten varianssianalyysi

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, onko eksplisiittisellä opetuksella vaikutusta matematiikan osaamiseen matemaattisesti heikoilla oppilailla ja sekä matemaattisesti että kielellisesti heikoilla oppilailla. Tämän selvittämiseksi SPSS-ohjelmistolla on tehty summamuuttujat jokaisen tutkimuksessa mukana olleen oppilaan matematiikan testituloksista ennen interventiota, heti sen päätyttyä sekä viivästetyn mittauksen tuloksista. Kielellisen osaamisen testituloksista tehtiin summamuuttujat luetun ja kuullun ymmärtämisen osalta ennen eksplisiittisen opetuksen interventiota sekä sen jälkeen. Näin jokaiselle oppilaalle muodostui yhteensä seitsemän muuttujaa.

Osallistujat jaettiin ryhmiin sen mukaan, olivatko he mukana interventiossa ja olivatko he testien mukaan matemaattisesti heikkoja oppijoita vai eivät. Näin ryhmiksi saatiin siis heikot oppijat, jotka eivät olleet mukana interventiossa

(kontrolliryhmä), interventioryhmä sekä muut. Interventioryhmässä oli tyttöjä 14 ja poikia 12 (N=26), kontrolliryhmässä tyttöjä oli 17 ja poikia 8 (N=25).

SPSS – ohjelmalla tehtiin kolmen mittauspisteen varianssianalyysi kolmella ryhmällä (muut, kontrolliryhmä ja interventioryhmä) (Field, 2013). Analyysissa paneuduttiin siihen, millä tavoin eri ryhmien matematiikan osaaminen kehittyi mittauspisteiden välillä. Interventioryhmän vertailu kontrolliryhmään mahdollistaa intervention vaikuttavuuden arvioinnin.

Lisäksi tutkitaan, löytyykö matemaattisesti ja kielellisesti heikkojen ryhmän ja pelkästään matemaattisesti heikkojen ryhmän väliltä tilastollisesti merkitsevää eroa ( $p < .05$ ). Mikäli löytyy, voidaan näille ryhmille erikseen toteutetun toistomittausten varianssianalyysin avulla tutkia, minkälaisia eroja ryhmien välillä on. Mikäli eroa ei löydy, ei toistomittausten varianssianalyysia kannata tehdä näille erikseen.

## 5 Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa

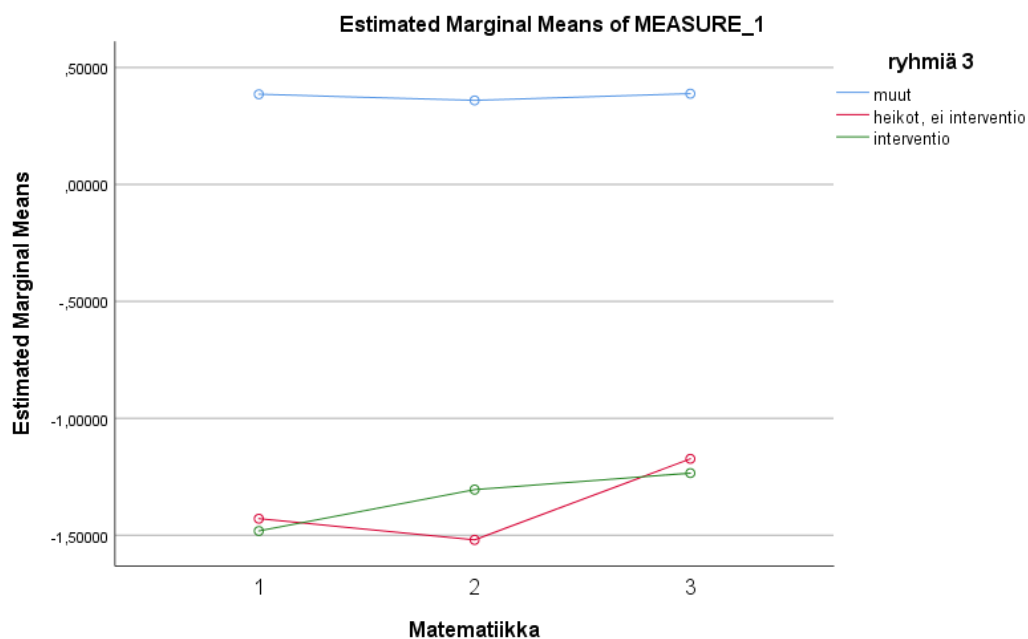
Tässä osiossa käsitellään tutkimustuloksia sekä tulosten tulkintaa tutkimusongelmittain.

### 5.1 Ensimmäinen tutkimusongelma

Ensimmäinen tutkimusongelma oli, että millä tavoin eksplisiittinen interventio-ohjelma vaikuttaa matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten matematiikan osaamiseen heti ja viivästetysti intervention jälkeen? Tähän kysymykseen lähdettiin hakemaan vastausta toistomittausten varianssianalyysistä, jossa verrattiin keskenään kolmen eri ryhmän osaamisen kehitystä kolmessa eri mittauspisteessä. Nämä ryhmät olivat

- 1) interventioryhmä, johon kuului matemaattisesti heikkoja lapsia ja joiden kanssa toteutettiin eksplisiittinen interventio-ohjelma
- 2) kontrolliryhmä, johon kuului matemaattisesti heikkoja lapsia ja joiden kanssa ei toteutettu interventio-ohjelmaa
- 3) muut, joihin kuului matemaattisesti taitavammat, ensimmäisen mittauskerran pisteiden katkaisurajan yläpuolelle jäävät lapset

SPSS- ohjelmalla tehtiin toistomittausten varianssianalyysi. Analyysin tulosten mukaan interventioryhmän ( $M = -1,48$ ) sekä kontrolliryhmän ( $M = -1,44$ ) matematiikan osaaminen ovat ensimmäisellä mittauskerralla lähes samat, kontrolliryhmän osaamisen ollessa hieman parempaa. Toisella mittauskerralla interventioryhmän matematiikan osaaminen on lähtenyt selvään nousuun ( $M = -1,25$ ) kontrolliryhmän osaamisen laskiessa hieman ( $M = -1,52$ ). Toinen mittauskerta on ollut välittömästi intervention jälkeen. Kolmas mittauskerta, joka on ollut viivästetysti intervention jälkeen, on hämmentävä. Siinä kontrolliryhmä ( $M = -1,25$ ) onkin saanut interventioryhmän ( $M = -1,23$ ) osaamisen kiinni. Tulos on omituinen siitä syystä, että toisen ja kolmannen mittauskerran välillä nämä molemmat ryhmät ovat oletettavasti saaneet normaalia, samankaltaista matematiikan opetusta. Tulos tarkoittaa, ettei interventio vaikuttaisi pitkällä aikavälillä oppilaiden osaamiseen. Tällainen tulos on ristiriitainen aiemman tutkimuksen kanssa koskien eksplisiittisen opetuksen vaikuttavuutta.



Kuvio 6. Interventioryhmän taitojen kehitys suhteessa kontrolliryhmiin

## 5.2 Toinen tutkimusongelma

Toinen tutkimusongelma oli, onko vain matemaattisesti heikkojen lasten matematiikan osaamisella tilastollisesti merkitsevää eroa lapsiin, jotka ovat heikkoja sekä matemaattisesti että kielellisesti? Aiemmat tutkimukset indikoivat, että näiden ryhmien osaamisessa olisi eroa, mutta tilastollisesti merkitsevää eroa ei löytynyt, kuten ei myöskään korrelaatiota mitatun kielellisen osaamisen ja mitatun matemaattisen osaamisen välillä. Korrelaatioanalyysi tehtiin SPSS-ohjelmistolla ensimmäisen mittauskerran tuloksista.

Correlations<sup>b</sup>

|                            |                     | Zscore(SUM_MA_1) | Zscore(SUM_K_LUK<br>UTAITO_1) | Zscore(SUM_K_KUU<br>LLUNYMM_1) |
|----------------------------|---------------------|------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Zscore(SUM_MA_1)           | Pearson Correlation | 1                | ,545**                        | ,351**                         |
|                            | Sig. (2-tailed)     |                  | ,000                          | ,000                           |
| Zscore(SUM_K_LUKUTAITO_1)  | Pearson Correlation | ,545**           | 1                             | ,316**                         |
|                            | Sig. (2-tailed)     | ,000             |                               | ,000                           |
| Zscore(SUM_K_KUULLUNYMM_1) | Pearson Correlation | ,351**           | ,316**                        | 1                              |
|                            | Sig. (2-tailed)     | ,000             | ,000                          |                                |

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

b. Listwise N=256

**Taulukko 3.** Korrelaatiotaulukko ensimmäisen mittauskerran tuloksista.

## Tests of Within-Subjects Effects

Measure:

| Source                    |                    | Type III Sum of Squares | df     | Mean Square | F     | Sig.  | Partial Eta Squared |
|---------------------------|--------------------|-------------------------|--------|-------------|-------|-------|---------------------|
| matikka                   | Sphericity Assumed | 1,480                   | 2      | 0,740       | 3,126 | 0,049 | 0,066               |
|                           | Greenhouse-Geisser | 1,480                   | 1,921  | 0,770       | 3,126 | 0,051 | 0,066               |
|                           | Huynh-Feldt        | 1,480                   | 2,000  | 0,740       | 3,126 | 0,049 | 0,066               |
|                           | Lower-bound        | 1,480                   | 1,000  | 1,480       | 3,126 | 0,084 | 0,066               |
| matikka *<br>matikkakieli | Sphericity Assumed | 0,350                   | 2      | 0,175       | 0,739 | 0,480 | 0,017               |
|                           | Greenhouse-Geisser | 0,350                   | 1,921  | 0,182       | 0,739 | 0,475 | 0,017               |
|                           | Huynh-Feldt        | 0,350                   | 2,000  | 0,175       | 0,739 | 0,480 | 0,017               |
|                           | Lower-bound        | 0,350                   | 1,000  | 0,350       | 0,739 | 0,395 | 0,017               |
| Error(matikka)            | Sphericity Assumed | 20,833                  | 88     | 0,237       |       |       |                     |
|                           | Greenhouse-Geisser | 20,833                  | 84,536 | 0,246       |       |       |                     |
|                           | Huynh-Feldt        | 20,833                  | 88,000 | 0,237       |       |       |                     |
|                           | Lower-bound        | 20,833                  | 44,000 | 0,473       |       |       |                     |

**Taulukko 4.** Matematiikassa heikkojen (matikka) ja kielellisesti sekä matemaattisesti (matikkakieli) heikkojen ryhmien vertailu matematiikan osaamisen suhteen.



Kaikissa testeissä  $p$  -arvo ylittää selkeästi tilastollisen merkitsevyyden rajan 0,05, joten ryhmien väliltä ei ole löydettävissä tilastollisesti merkitsevää eroa matematiikan osaamisessa.

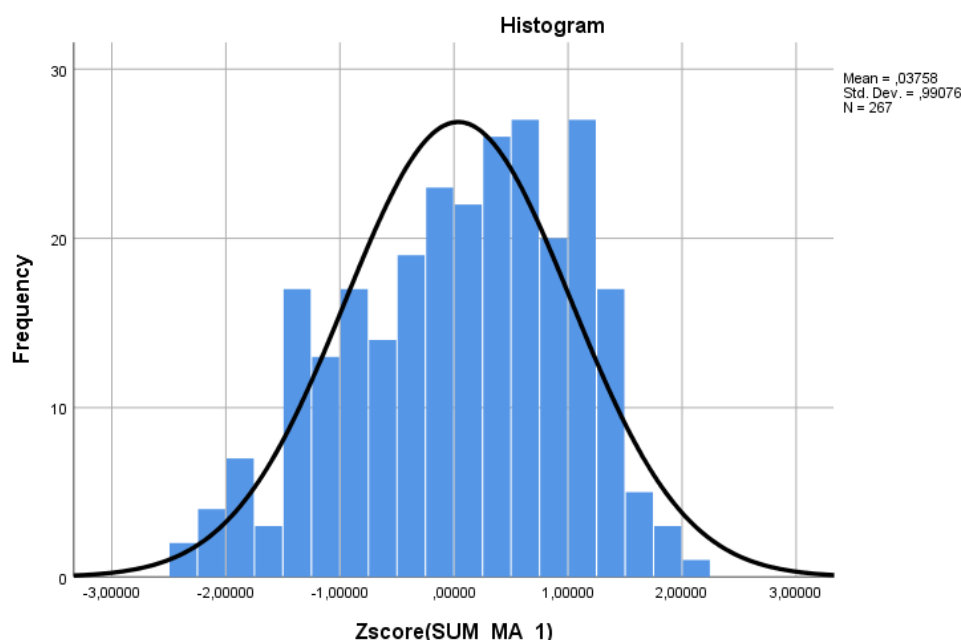
Tulokset ovat ristiriitaisia aiemman tutkimuksen kanssa, jonka mukaan kielellisillä pulmilla on vaikutusta matematiikan osaamisen heikkouteen.

## 6 Luotettavuus

Tutkimus oli osa suurempaa ThinkMath -hanketta, joka toteutettiin Helsingin yliopistossa opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittamana vuosina 2011 – 2015 (ThinkMath blogi, 2019). Kaikki käytetyt mittarit olivat joko yleisesti käytössä olevia seulontavälineitä, joita käytetään esi- ja alkuopetusikäisten lasten kielellisten taitojen seurantaan tai hankkeessa kehitettyjä, testattuja mittareita. Testaajat oli koulutettu testien oikeanlaiseen käyttämiseen ja testeissä oli tarkat ohjeet niiden suorittamiseen.

Tutkimuksessa käytetyssä aineistossa interventoryhmän koko oli 26 ja kontrolliryhmän koko 25 oppilasta. Tämä on hyvin pieni otos eikä siitä voi tehdä yleistäviä päätelmiä. Viivästetyn mittauksen tulos interventio- ja kontrolliryhmällä vaikuttaa erikoiselta ja tutkimus tulisivin tehdä suuremmalla otoskoolla sen selvittämiseksi, onko tuloksessa kyse sattumasta vai jostain oikeasta ilmiöstä liittyen interventioon.

Aineisto on SPSS – ohjelmistolla tehdyn analyysin mukaan matematiikan osaamisen suhteen ensimmäisessä mittauspisteessä normaalisti jakautunut. Kuvattu alla histogrammina sekä taulukkona.

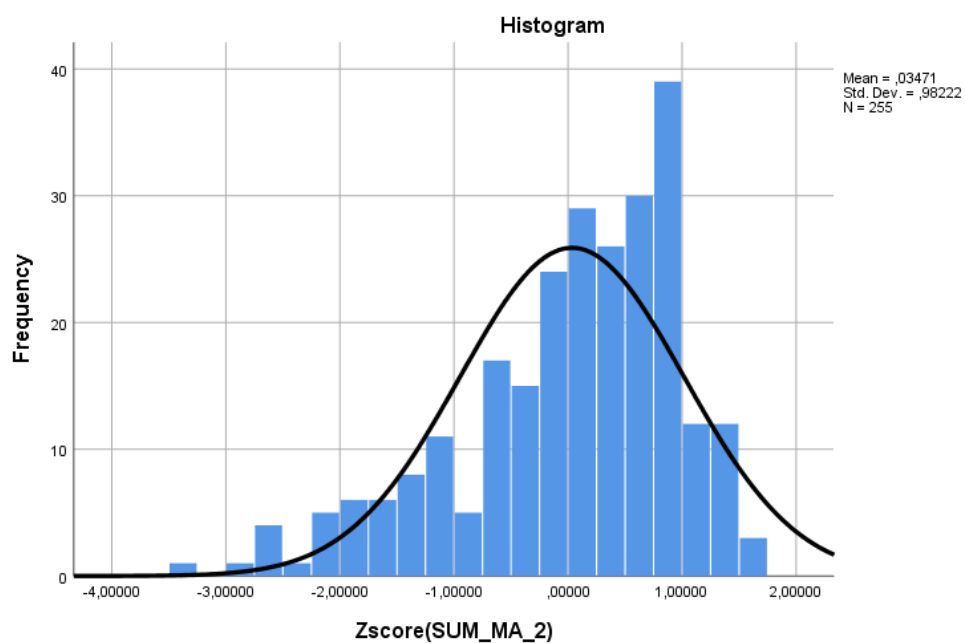


Kuvio 7. Ensimmäisen mittauspisteiden jakauma.

| Statistics             |         |           |
|------------------------|---------|-----------|
| Zscore(SUM_MA_1)       |         |           |
| N                      | Valid   | 267       |
|                        | Missing | 7         |
| Mean                   |         | ,0375774  |
| Median                 |         | ,1423146  |
| Std. Deviation         |         | ,99075586 |
| Variance               |         | ,982      |
| Skewness               |         | -,317     |
| Std. Error of Skewness |         | ,149      |
| Kurtosis               |         | -,648     |
| Std. Error of Kurtosis |         | ,297      |

*Taulukko 4. Ensimmäisen mittauspisteen kuvailevat arvot.*

Toisessa mittauspisteessä jakauma kallistuu hieman oikealle eikä ole täysin normaalisti jakautunut. Kuvattu alla histogrammina sekä taulukkona.



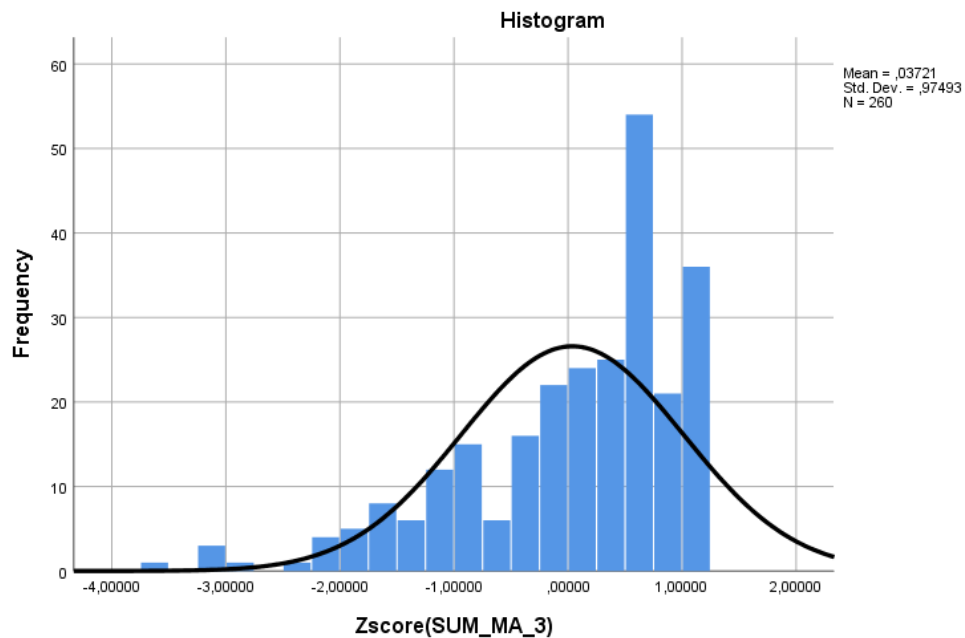
*Kuvio 8. Toisen mittauspisteen jakauma.*

### Statistics

|                        |         |           |
|------------------------|---------|-----------|
| Zscore(SUM_MA_2)       |         |           |
| N                      | Valid   | 255       |
|                        | Missing | 19        |
| Mean                   |         | ,0347057  |
| Median                 |         | ,2239011  |
| Std. Deviation         |         | ,98222380 |
| Variance               |         | ,965      |
| Skewness               |         | -,953     |
| Std. Error of Skewness |         | ,153      |
| Kurtosis               |         | ,530      |
| Std. Error of Kurtosis |         | ,304      |

*Taulukko 5. Toisen mittauspisteen kuvailevat arvot.*

Kolmannessa mittauspisteessä jakauma on lähes normaali, vaikkakin edelleen lievästi oikealle painottuva. Kuvattuna alla histogrammina sekä taulukkona.



Kuvio 9. Kolmannen mittauspisteen jakauma.

**Statistics**

|                        |         |           |
|------------------------|---------|-----------|
| Zscore(SUM_MA_3)       |         |           |
| N                      | Valid   | 260       |
|                        | Missing | 14        |
| Mean                   |         | ,0372096  |
| Median                 |         | ,3340713  |
| Std. Deviation         |         | ,97492559 |
| Variance               |         | ,950      |
| Skewness               |         | -1,185    |
| Std. Error of Skewness |         | ,151      |
| Kurtosis               |         | 1,101     |
| Std. Error of Kurtosis |         | ,301      |

*Taulukko 6. Kolmannen mittauspitem kuvailevat arvot.*

## 7 Pohdintaa

Pohdintaosiossa tarkastellaan tuloksia ja jatkotutkimushaasteita omissa alaluvuissaan.

### 7.1 Tulosten tarkastelua

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli tarkastella ThinkMath – intervention vaikuttavuutta matemaattisesti heikkojen alkuopetusikäisten oppilaiden matematiikan osaamisen kehitykseen. Intervention pedagogisena taustana oli eksplisiittinen opetus sekä opetettavan asian visuaalinen mallintaminen.

Tutkimuksen tuloksina ilmeni, ettei alkuopetusikäisten lasten kielellisten ja matemaattisten taitojen välillä ole selkeää korrelaatiota. Tämä on mielenkiintoista, sillä aiemman tutkimuksen mukaan heikoilla kielellisillä taidoilla on vaikutusta matematiikan osaamiseen.

Lisäksi toistomittausten varianssianalyysistä ilmeni, että interventoryhmän matematiikan osaaminen paranee selvästi ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä, etenkin verrattuna kontrolliryhmään, jonka matematiikan osaaminen näytti heikkenevän. Toisen ja kolmannen mittauskerran, eli heti intervention jälkeen ja viivästetysti intervention jälkeen tehtyjen mittauskertojen välillä tapahtuu kuitenkin odottamaton muutos. Interventoryhmän osaamisen taso kyllä nousee hieman, mutta huomattavasti vähemmän kuin ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä. Lisäksi osaamisen kehityksessä on selkeä ero kontrolliryhmään, joka saa osaamisessaan interventoryhmän kiinni ja menee jopa hieman ohi kolmannella mittauskerralla. Toisin sanoen tämän tutkimuksen perusteella vaikuttaisi siltä, ettei eksplisiittisestä matematiikan interventiosta ole pitkällä aikavälillä hyötyä, vaan samat tulokset saavutetaan tavanomaisella opetuksella riittävän ajan kuluessa.

Tässä tutkimuksessa otoksen koko on kuitenkin hyvin pieni, interventoryhmän ollessa 26 oppilaan kokoinen ja kontrolliryhmän ollessa 25 oppilaan kokoinen. Näin ollen tästä tutkimuksesta ei voida tehdä yleistäviä päätelmiä, vaan lähinnä nämä tulokset ohjaavat kokeilemaan vastaavaa tutkimusta suuremmalla otoskoolla.

## 7.2 Tutkimuksen merkitys ja jatkotutkimushaasteet

Interventioiden vaikuttavuuden kattava tutkiminen on oleellinen osa opetuksen ja interventioiden kehittämistä ja toimivien interventioiden käyttöönottoa käytännön työssä. Kun vaikuttavuus on huolellisesti tutkittu ja interventiolla on havaittu olevan vaikutusta, on se myös helpompi markkinoida kentällä työskenteleville ammattilaisille käyttöön. Ja myös päinvastoin, mikäli interventiosta ei ole löydettävissä vaikuttavuutta kohderyhmään, on hyvä, etteivät käytännön opetustyötä tekevät käytä arvokasta opetusaikaa tehostomaan työskentelyyn.

Jatkotutkimushaasteena ensimmäisenä nousee tarve laajemmalle otoskoolle matemaattisesti heikkojen oppijoiden osalta. Tässä tutkimuksessa matemaattisesti heikkoja oppilaita oli melko vähän, joten tulokset ovat huonosti yleistettävissä. Tutkimuksen voisi toistaa sellaisenaan keräämällä lähtötasotestausten avulla matemaattisesti heikkoja oppilaita suuremman määrän ja toteuttamalla interventioita eri kouluissa jopa valtakunnallisesti. Myös kansainvälinen vertailututkimus voisi tulla kyseeseen samalla konseptilla. Laajemmalla tutkimuksella saataisiin myös tunnettuutta eksplisiittiselle opetukselle ja sen hyödyille koskien myös muita, kuin matemaattisesti heikkoja oppilaita. Erilaisten opetusmenetelmien yleistyminen opetuksessa hyödyttäisi oletettavasti laajaa oppilasjoukkoa, joille perinteinen opetustyyli ei sovi.

## Lähteet

- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. NMI-bulletin, 18(4), 63-74.
- Aunio, P., Mononen, R. & Laine, A. (2015). Matemaattiset oppimisvaikeudet – katsaus eurooppalaiseen tutkimukseen. LUMAT, 3(5), 647-674.
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators, European Early Childhood Education Research Journal, 24:5, 684-704
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M. K., & Nurmi, J. E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. Journal of educational psychology, 96(4), 699.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. Journal of Child Psychology and Psychiatry 46:3-18.
- Dehaene, S. (2011). The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics, Revised and Updated Edition (Vol. Rev. and updated ed). New York: Oxford University Press.
- Desoete, A. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. BRITISH JOURNAL OF EDUCATIONAL PSYCHOLOGY, 82(1), .
- Desoete, A. (2015). Language and math. In P. Aunio, R. Mononen, & A. Laine, (Eds). Mathematical learning difficulties – snapshots of current European research. (pp. 656-657). LUMAT, 3(5).
- De Smedt, Bert, Noël, Marie-Pascale, Gilmore, Camilla, & Ansari, Daniel. (2013). The relationship between symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills and the typical and atypical development of mathematics: A review of evidence from brain and behavior. Trends in Neuroscience & Education, 2(2), 48-55.
- Dowker, A. (2008). Introduction. Teoksessa Dowker, A. (toim.) *Mathematical Difficulties. Psychology and intervention*, (s. 225 – 241). Amsterdam: Elsevier Inc.
- Explicit Teaching. (2019) <http://public.callutheran.edu/~mccamb/explicitteaching.htm>, haettu 1.12.2019.
- Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core systems of number. Trends In Cognitive Sciences, 8, 307 – 314.
- Field, A. P. (2013). Discovering statistics using IBM SPSS statistics: And sex and drugs and rock 'n' roll. SAGE Publications.
- Fritz-Stratmann, A. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. South African Journal of Childhood Education, 3(1), 30 pages.
- Geary, D. (1993). Mathematical Disabilities: Cognitive, Neuropsychological, and Genetic Components. Psychological Bulletin. Issue: Volume 114(2), September 1993, p 345-362.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities, 37(1), 4–15.
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: Response to



- Intervention (RTI) for elementary and middle schools (NCEE 2009-4060). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Educational Sciences, U.S. Department of Education.
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. & Flojo, J. (2008). Mathematics Instruction for students with learning disabilities or difficulty learning mathematics. A synthesis of the intervention research. Portsmouth, NH: RMC Research Corporation, Center on Instruction.
- Gersten, R., Chard, D., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242.
- Gersten, R. M. & Newman-Gonchar, R. (2011). *Understanding RTI in mathematics: Proven methods and applications*. Baltimore (MD): Paul H. Brookes.
- Haseler, M. (2008). Making intervention in numeracy more effective in schools. Teoksessa Dowker, A. (toim.) *Mathematical Difficulties. Psychology and intervention*, (s. 225 – 241). Amsterdam: Elsevier Inc.
- Hornburg, C. B., Schmitt, S.A. & Purpura, D.J. (2018). Relations between preschoolers' mathematical language understanding and specific numeracy skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 176, pp. 84-100.
- Jordan, N. C., Glutting, J. & Ramineni, C. (2008). A number sense assessment tool for identifying children at risk for mathematical difficulties. Teoksessa Dowker, A. (toim.) *Mathematical Difficulties. Psychology and intervention*, (s. 45 - 58). Amsterdam: Elsevier Inc.
- Knight, V., Smith, B., Spooner, F. & Browder, D. (2011). Using explicit instruction to teach science descriptors to students with autism spectrum disorder. *J Autism Dev Disord* (2012) 42:378–389.
- Koponen, T., Eklund, K. & Salmi, P. (2018). Cognitive predictors of counting skills. *Journal of Numerical Cognition*, 2018, Vol. 4(2).
- Koponen, T., Salminen, J. & Sorvo, R. (2019). Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet. Teoksessa Ahonen, T., Aro, M., Aro, T., Lerkkanen, M-K. & Siiskonen, T. (toim.), *Oppimisen vaikeudet*, (s. 324-349). Otavan kirjapaino Oy.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19(6), pp. 513-526.
- Kunsch, C. A., Jitendra, A. K. & Sood, S. (2007). The effects of peer-mediated instruction in mathematics for students with learning problems: research synthesis. *Learning Disabilities Research & Practice* 22(1), 1–12.
- Lipton, J. S. & Spelke, E.S. (2003). Origins of Number Sense: Large-Number Discrimination in Human Infants. *Psychological Science*, 14(5), pp. 396-401.
- Liu, J., Zhang, H., Chen, C., Chen, H. Cui, J. & Zhou, X. (2017). The neural circuits for arithmetic principles. *NeuroImage*. Volume 147, 15 February 2017, Pages 432-446.
- Lukimat, a. (29.11.2019). Yksinumeroisilla luvuilla laskeminen. Haettu osoitteesta <http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys/aritmeettiset-perustaidot/yksinumeroisilla-luvuilla-laskeminen>
- Lukimat, b. (29.11.2019). Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen. Haettu osoitteesta

<http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys/matemaattisten-suhteiden-ymmartaminen>

- Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L. & Nuerk, H. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance—A longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities*, 32(5), pp. 1837-1851. doi:10.1016/j.ridd.2011.03.012
- Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J. & Tapola, A. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. Juva: PS-Kustannus.
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B. & Ansari, D. (2013). A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children's Arithmetic Competence.(Research Article)(Report). *PLoS ONE*, 8(7), p. e67918. doi:10.1371/journal.pone.0067918
- Price, G. R., Mazzocco, M. M. M. & Ansari, D. (2013). Why mental arithmetic counts: Brain activation during single digit arithmetic predicts high school math scores. *The Journal of neuroscience : the official journal of the Society for Neuroscience*, 33(1), p. 156. doi:10.1523/JNEUROSCI.2936-12.2013
- Purpura, D. & Ganley, C. (2014) Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology*. Volume 122, June 2014, Pages 104-121
- Purpura, D. & Reid, E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*. Volume 36, 3rd Quarter 2016, Pages 259-268.
- Puumalainen, J. (2008). Kuntoutuksen historiaa. Teoksessa P. Rissanen, T. Kallanranta & A. Suikkanen (toim.) *Kuntoutus* (s. 16–30). Helsinki: Duodecim.
- Sirén, T. & Pekkarinen, O. (2017). Tieteenfilosofis-metodologisia perusteita pro gradu -tutkielman laadintaan. *Maanpuolustuskorkeakoulu: Johtamisen ja soti-laspedagogiikan laitos*. Julkaisusarja 3: Työpapereita nro 3.
- Taanila, A. (2012) SPSS: Toistomittausten varianssianalyysi. *Akin menetelmäblogi*. Luettu 9.11.2019
- ThinkMath -blogi (2019). <https://blogs.helsinki.fi/thinkmath/>, haettu 1.12.2019.
- Vaidya, S. R. (2004). Understanding Dyscalculia for Teaching. *Education*, 124(4), 717–720.
- Varley, R. A., Klessinger, N., Romanowski, C. & Siegal, M. (2005). Agrammatic but numerate. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 102(9), p. 3519.